四庫全書

子部

欽定四庫全書

御製數理精蘊下編卷二十九

體部七

各等面體互容

更體形

各等面體互容

設如正方體每邊一尺二寸求內容四面體之每一邊幾何

法以正方體每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸倍之得二尺八十八寸開平方得一尺六寸九分七釐零五絲六忽二微有餘即正方體內容四面體之每一邊也如圖甲乙丙丁正方體內容丁甲戊己四面體以四面體之六稜切

於正方體之六面則四面體之每一邊即為正方體之每一面之對角斜線故用方邊求斜弦之法以一邊自乘倍之開平方即得內容四面體之每一邊也

如有四面體之一邊求外切正方體之一邊則用斜弦求方邊法以四面體之一邊自乘折半開平方即得外切正方體之每一邊也

設如正方體每邊一尺二寸求內容八面體之每一

邊幾何

法以正方體每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸折半得七十二寸開平方得八寸四分八釐五豪二絲八忽一微有餘即正方體內容八面體之每一邊也如圖甲乙丙丁正方體內容戊己庚辛壬癸八面體以八面體之六角切於正方體之六面則正方體之每一邊即與內容八面體之對角斜線等甲乙與戊庚等

故用斜弦求方邊之法以一邊自乘折半開平方即得內容八面體之每一邊也如有八面體之一邊求外切正方體之一邊則用方邊求斜弦法以八面體之一邊自乘加倍開平方即得外切正方體之每一邊也

設如正方體每邊一尺二寸求內容十二面體之每一邊幾何

法以理分中末線之全分一〇〇〇〇

○○○○為一率小分三八一九六六

○一為二率令所設之正方體每邊一

尺二寸為三率求得四率四寸五分八

釐三豪五絲九忽二微有餘即正方體

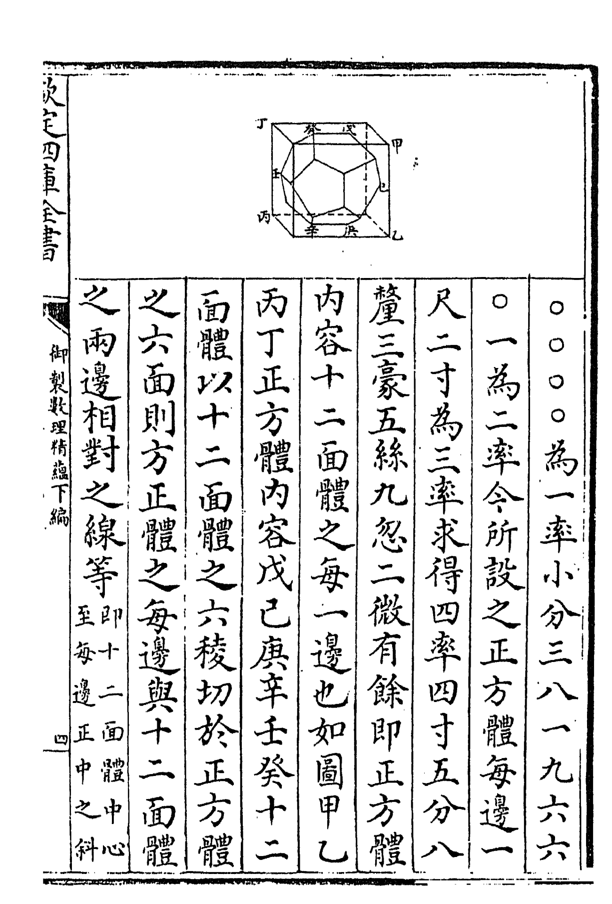
內容十二面體之每一邊也如圖甲乙

丙丁正方體內容戊己庚辛壬癸十二

面體以十二面體之六稜切於正方體

之六面則方正體之每邊與十二面體

之兩邊相對之線等即十二面體中心至每邊正中之斜

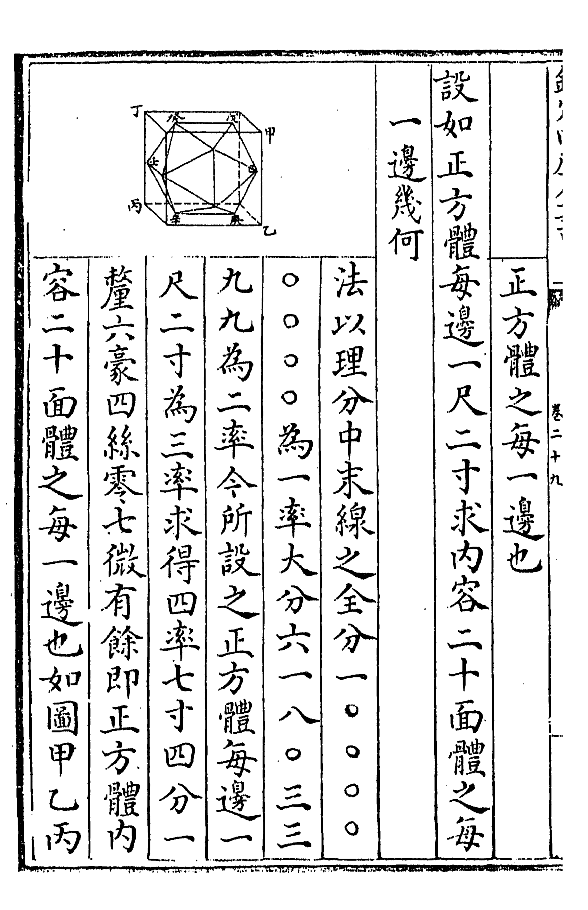


線之倍而正方體之每邊之半即為十二面體中心至每邊正中之斜線試將十二面體之正中截之則成十等邊之面形而其所截之處皆正當每邊之一半故其所截之子丑等線亦為戊己兩角相對斜線之一半而為十等邊形之一邊其子寅外切圜之半徑為中心至每邊正中之斜線即正方體每邊之一半子寅即如理分中末線之全分子丑即

如理分中末線之大分而戊子每邊之半即如理分中末線之小分見球內容十二面體法故全分與小分之比同於今所設之正方體每邊之半與內容十二面體每邊之半之比即同於今所設之正方體之一邊與內容十二面體之一邊之比也如有十二面體之一邊求外切正方體之一邊則以十二面體之一邊為理分中末線之小分比例得全分即外切

正方體之每一邊也

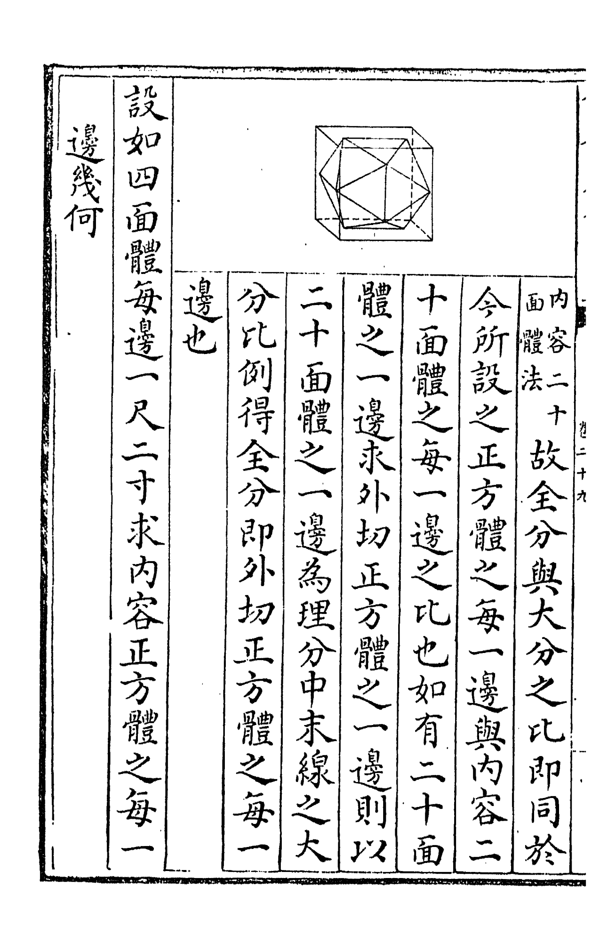
設如正方體每邊一尺二寸求內容二十面體之每一邊幾何



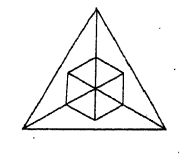
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率大分六一八〇三三九九為二率令所設之正方體每邊一尺二寸為三率求得四率七寸四分一釐六毫四絲零七微有餘即正方體內容二十面體之每一邊也如圖甲乙丙

丁正方體內容戊己庚辛壬癸二十面體以二十面體之六稜切於正方體之六面則正方體之每邊與二十面體之兩邊相對之線等即二十面體戊庚兩角相對之斜線試自二十面體之戊庚二角類對角平截之則所截之面成戊己庚子丑五等邊之面形戊庚兩角相對斜線即如理分中末線之全分庚子與己庚等一邊即如理分中末線之大分見球

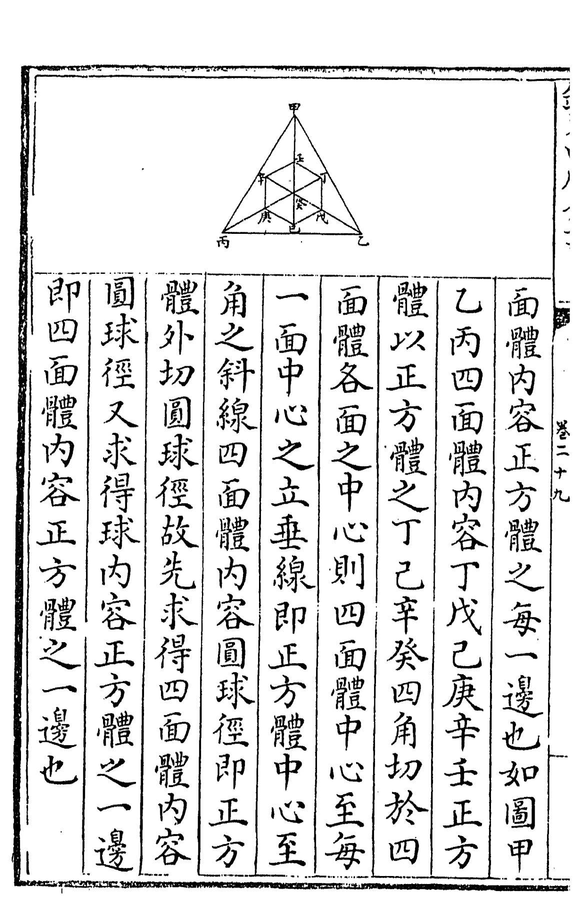
内容二十面體法　故全分與大分之比即同於今所設之正方體之每一邊與内容二十面體之每一邊之比也如有二十面體之一邊求外切正方體之一邊則以二十面體之一邊為理分中末線之大分比例得全分即外切正方體之每一邊也



設如四面體每邊一尺二寸求内容正方體之每一邊幾何



法以四面體每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸三歸二因得九十六寸開平方得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘為四面體自尖至底中心之立垂線折半得四寸八分九釐八豪九絲七忽九微有餘為四面體內容圓球全徑乃用求球內容正方體之每一邊法以球徑自乘三歸開平方得二寸八分二釐八豪四絲二忽七微有餘即四



面體内容正方體之每一邊也如圖甲乙丙四面體内容丁戊己庚辛壬正方體以正方體之丁己辛癸四角切於四面體各面之中心則四面體中心至每一面中心之立垂線即正方體中心至角之斜線四面體内容圓球徑即正方體外切圓球徑故先求得四面體内容圓球徑又求得球内容正方體之一邊即四面體内容正方體之一邊也

又法以四面體每邊一尺二寸自乘得一百四十四寸以十八歸除之得八寸開平方得二寸八分二釐八豪四絲二忽七微有餘即四面體內容正方體之每一邊也此法與前法同蓋四面體之自尖至底中心之立垂線自乘方為每邊自乘方之三分之二即六分之四內容圓球徑為立垂線之一半見球外切四面體法則內容圓球徑自乘方為立垂線自乘方之

四分之一即為每邊自乘方之六分之一而圓球內容正方體之每邊自乘方又為圓球徑自乘方之三分之一故內容正方體之每邊自乘方為四面體之每邊自乘方之十八分之一也如有正方體之一邊求外切四面體之一邊則以正方體之每邊自乘以十八乘之開平方即得外切四面體之每一邊也

設如四面體每邊一尺二寸求內容八面體之每一

邊幾何

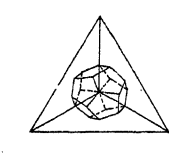
法以四面體每邊一尺二寸折半得六寸即四面體内容八面體之每一邊也

如圖甲乙丙四面體内容丁戊己庚辛壬八面體以八面體之四面切於四面體之各面以八面體之六角切於四面體之六稜其各角皆當各稜之一半故内容八面體之每邊亦為四面體每邊之一半也如有八面體之一邊求外切

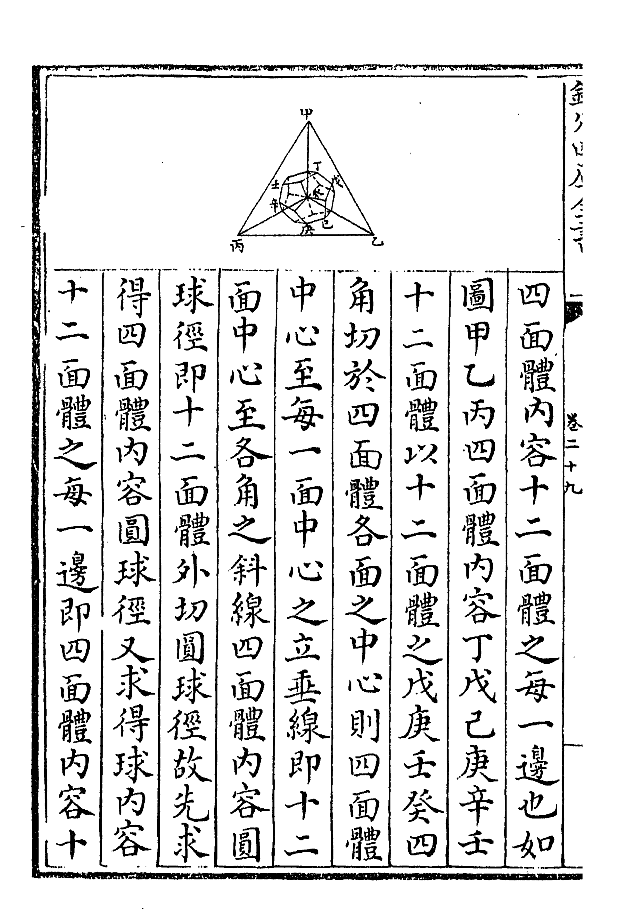
四面體之一邊則以八面體之一邊倍之即得外切四面體之每一邊也

設如四面體每邊一尺二寸求内容十二面體之每一邊幾何

法以四面體每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸三歸二因得九十六寸開平方得九寸七分九釐七豪九絲五忽八微有餘為四面體自尖至底中心之立垂線折半得四寸八分九釐八毫九



絲七忽九微有餘為四面體内容圓球全徑乃用求球内容十二面體之一邊法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為股小分三八一九六六一為勾求得弦一〇七〇四六六二六為一率小分三八一九六六〇一為二率今所得之圓球徑四寸八分九釐八豪九絲七忽九微為三率求得四率一寸七分四釐八豪零三忽九微有餘即



四面體內容十二面體之每一邊也如圖甲乙丙四面體內容丁戊己庚辛壬十二面體以十二面體之戊庚壬癸四角切於四面體各面之中心則四面體中心至每一面中心之立垂線即十二面中心至各角之斜線四面體內容圓球徑即十二面體外切圓球徑故先求得四面體內容圓球徑又求得球內容十二面體之每一邊即四面體內容十

二面體之每一邊也如有十二面體之一邊求外切四面體之每一邊則先求得十二面體外切圓球徑又求得球外切四面體之每一邊即十二面體外切四面體之每一邊也

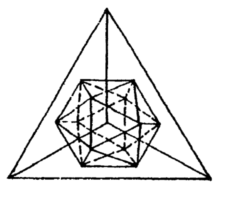
設如四面體每邊一尺二寸求內容二十面體之每一邊幾何

法以四面體每邊一尺二寸求得內容圓球全徑四寸八分九釐八豪九絲七

忽九微有餘法見前題乃用求球外切二十面體之一邊法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率小分三八一九六六〇一為二率令所得之圓球全徑折半得半徑二寸四分四釐九豪四絲八忽有微有餘為三率求得四率九分三釐五豪六絲二忽一微有餘為二十面體每一面中心至邊之垂線三因之得二寸八分零六豪八絲六忽

甲
壬 丁
辛 戊
庚 己
丙 乙

三微有餘為二十面體每一面自角至對邊之垂線自乘三歸四因開平方得三寸二分五釐二毫六絲三忽三微有餘即四面體内容二十面體之每一邊也如圖甲乙丙四面體内容丁戊己庚辛壬二十面體以二十面體之丁戊癸己庚子丑丑辛寅卯辰之四面切於四面體各面之中心則四面體中心至每一面中心之立垂線即二十面體中心



至每一面中心之立垂線四面體内容圓球徑即二十面體内容圓球徑故先求得四面體内容圓球徑又求得球外切二十面體之一邊即四面體内容二十面體之一邊也如有二十面體之一邊求外切四面體之一邊則求得二十面體内容圓球徑又求得球外切四面體之一邊即二十面體外切四面體之一邊也

設如八面體每邊一尺二寸求內容正方體之每一邊幾何

法以每邊一尺二寸三歸之得四寸自乘得一十六寸倍之得三十二寸開平方得五寸六分五釐六豪八絲六忽四微有餘即八面體內容正方體之每一邊也如圖甲乙丙丁八面體內容戊己庚辛正方體以正方體之八角切於八面體各面之中心試自八面體之壬角

至對邊作壬癸一面中垂線又自一面中心辛與甲丁邊平行作子丑線則壬辛為壬癸三分之二子丑亦為甲丁三分之二辛丑即為甲丁三分之一與丑庚等辛丑丑庚與內容正方體之辛庚一邊遂成辛丑庚勾股形辛丑既與丑庚等故以辛丑自乘倍之開平方即得辛庚為八面體內容正方體之每一邊也如有正方體之一邊求外切八面體

之一邊則以正方體之一邊自乘折半開平方得數三因之即外切八面體之一邊也

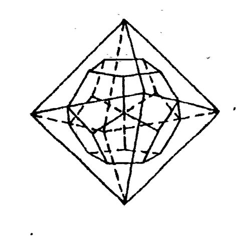
設如八面體每邊一尺二寸求內容四面體之每一邊幾何

八面體之每邊即內容四面體之每一邊也何以知之蓋甲乙丙丁八面體內容戊乙丙己四面體以乙丙己底面合於八面體之一面則上尖戊切於八面

體甲庚丁一面之中心其戊乙邊恰與乙丙邊等故八面體之每一邊即內容四面體之每一邊也

設如八面體每邊一尺二寸求內容十二面體之每一邊幾何

法以八面體每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸三歸二因得九十六寸開平方得九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘為八面體內容圓球全徑乃



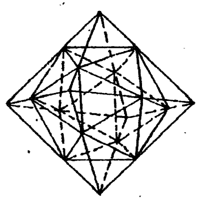
用求球内容十二面體之一邊法以全徑自乘三歸開平方得五寸六分五釐六豪八絲五忽四微有餘為十二面體每一面兩角相對斜線又以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇為一率大分六一八〇三三九九為二率今所得之每一面兩角相對斜線為三率求得四率三寸四分九釐六豪一絲二忽八微有餘即八面體内容十二面體

之每一邊也如圖甲乙丙丁八面體內容戊己庚辛十二面體以十二面體之戊己庚辛壬癸子丑八角切於八面體各面之中心則八面體中心至每面中心之立垂線即內容十二面體中心至各角之斜線八面體內容圓球徑即十二面體外切圓球徑故先求得八面體內容圓球徑又求得球內容十二面體之一邊即八面體內容十二面體之一

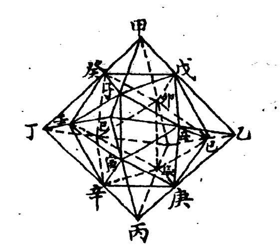
邊也如有十二面體之一邊求外切八面體之一邊則先求得十二面體外切圜球徑又求得球外切八面體之一邊即十二面體外切八面體之一邊也

設如八面體每邊一尺二寸求內容二十面體之每一邊幾何

法以八面體每邊一尺二寸自乘得一尺四十四寸六歸之得二十四寸開平方得四寸八分九釐八豪九絲七忽九



微有餘為八面體內容圓球半徑乃用求球外切二十面體之一邊法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率小分三八一九六六〇一為二率今所得之圓球半徑四寸八分九氂八豪九絲七忽九微為三率求得四率一寸八分七氂一豪二絲四忽三微有餘為二十面體每一面中心至邊之垂線三因之得五寸六分一氂三豪七絲

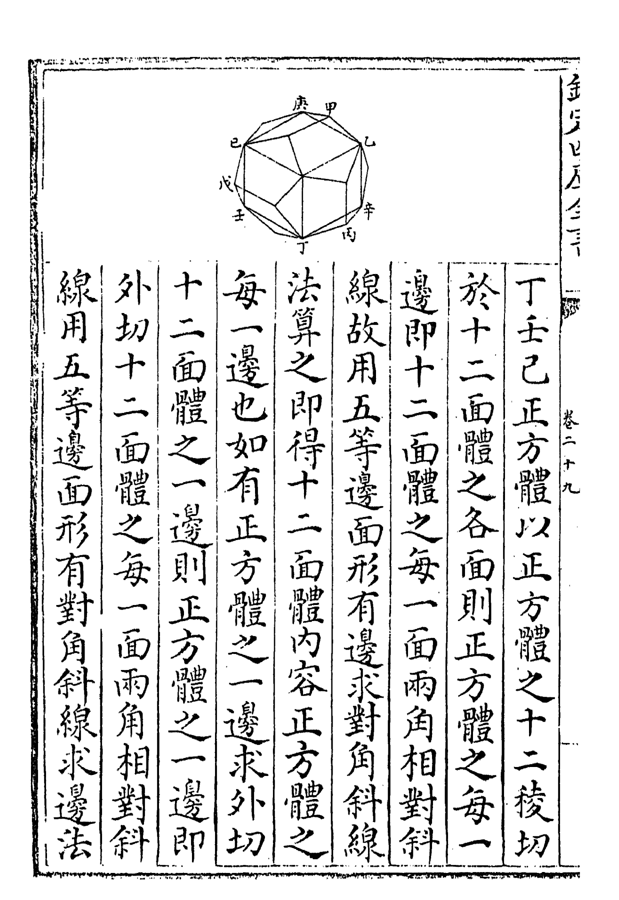


二忽九微有餘為每一面自角至對邊之垂線自乘三歸四因開平方得六寸四分八釐二豪一絲七忽五微有餘即八面體內容二十面體之每一邊也如圖甲乙丙丁八面體內容戊己庚辛壬癸二十面體以二十面體之戊丑子丑庚寅寅辛壬子壬癸戊己卯己庚辰巳辰辛卯巳癸八面切於八面體各面之中心則八面體中心至每面中心之立

垂線即内容二十面體中心至每面中心之立垂線八面體内容圓球徑即二十面體内容圓球徑故先求得八面體内容圓球徑又求得球外切二十面體之一邊即八面體内容二十面體之一邊也如有二十面體之一邊求外切八面體之一邊則先求得二十面體内容圓球徑又求得球外切八面體之一邊即二十面體外切八面體之一邊也

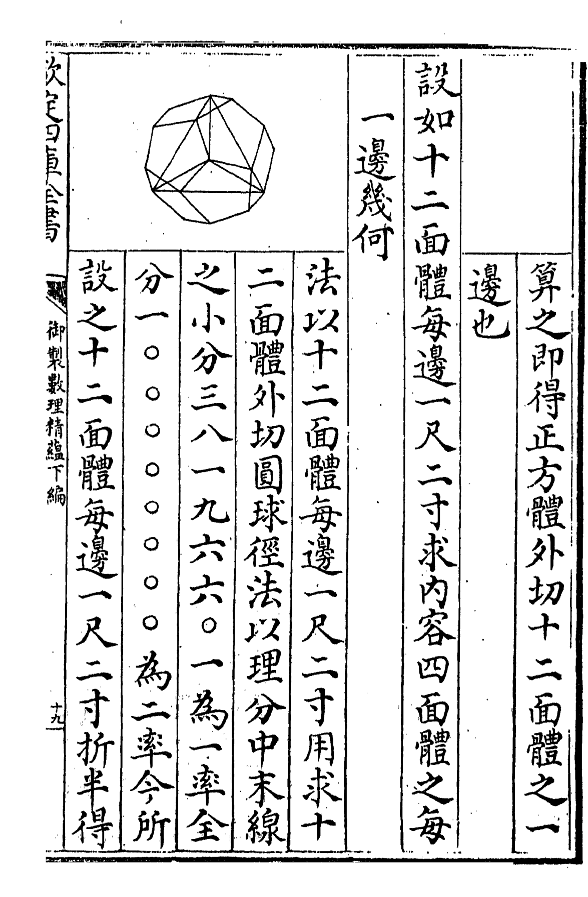
設如十二面體每邊一尺二寸求內容正方體之每一邊幾何

法以理分中末線之大分六一八〇三三九九為一率全分一〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之十二面體每邊一尺二寸為三率求得四率一尺九寸四分一釐六豪四絲零七微有餘即十二面體內容正方體之每一邊也如圖甲乙丙丁戊己十二面體內容庚乙辛



丁壬己正方體以正方體之十二稜切於十二面體之各面則正方體之每一邊即十二面體之每一面兩角相對斜線故用五等邊面形有邊求對角斜線法算之即得十二面體内容正方體之每一邊也如有正方體之一邊求外切十二面體之一邊則正方體之一邊即外切十二面體之每一面兩角相對斜線用五等邊面形有對角斜線求邊法

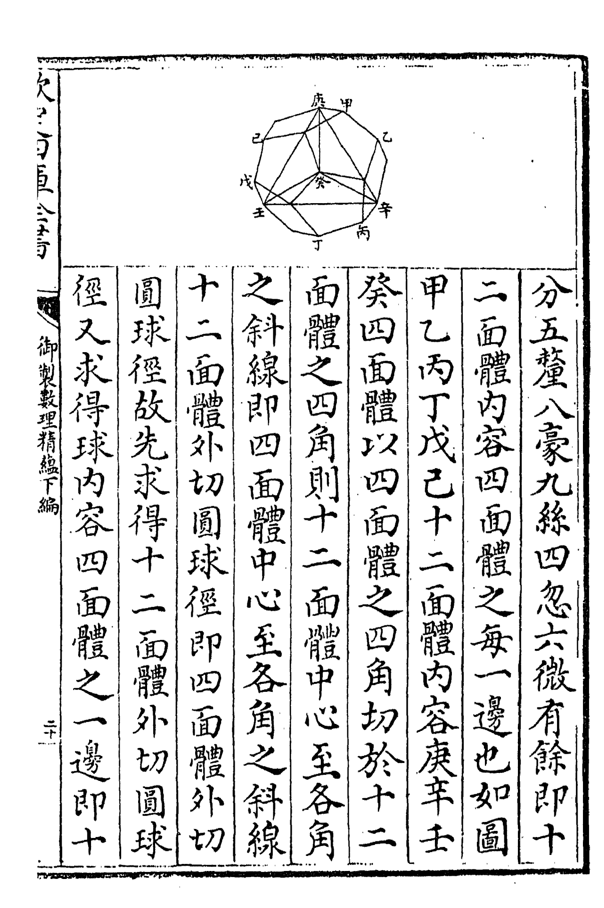
算之即得正方體外切十二面體之一邊也



設如十二面體每邊一尺二寸求內容四面體之每一邊幾何

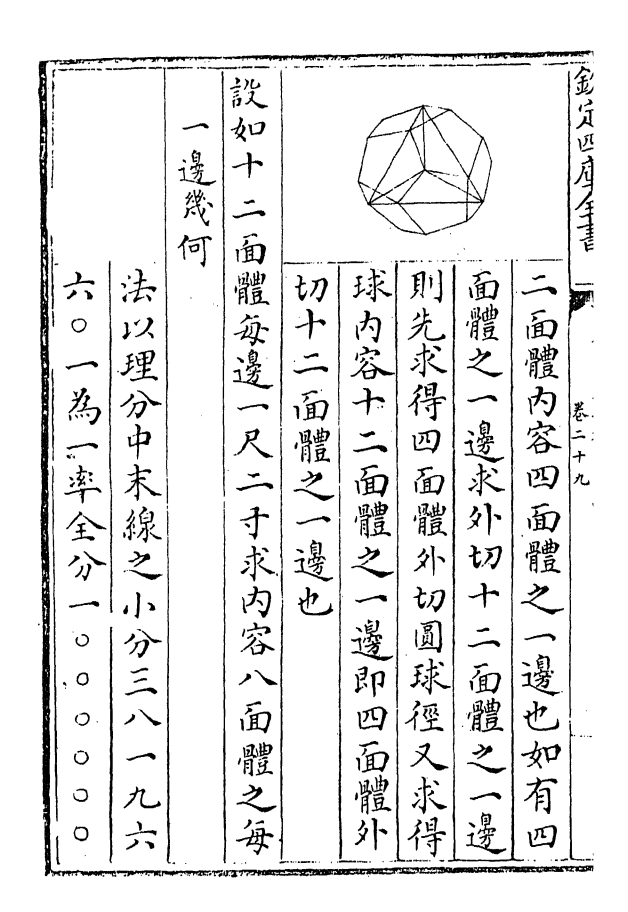
法以十二面體每邊一尺二寸用求十二面體外切圓球徑法以理分中末線之小分三八一九六六〇一為一率全分一〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之十二面體每邊一尺二寸折半得

六寸為三率求得四率一尺五寸七分零八豪二絲零三微有餘為十二面體中心至每邊正中之斜線以此斜線為股每邊之半六寸為勾求得弦一尺六寸八分一釐五豪一絲零二微有餘倍之得三尺三寸六分三釐零二絲零四微有餘為十二面體外切圓球全徑乃用求球内容四面體之一邊法以球徑自乘三歸二因開平方得二尺七寸四



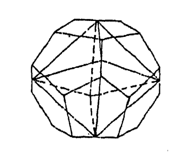
分五釐八豪九絲四忽六微有餘即十二面體內容四面體之每一邊也如圖甲乙丙丁戊己十二面體內容庚辛壬癸四面體以四面體之四角切於十二面體之四角則十二面體中心至各角之斜線即四面體中心至各角之斜線十二面體外切圓球徑即四面體外切圓球徑故先求得十二面體外切圓球徑又求得球內容四面體之一邊即十

二面體內容四面體之一邊也如有四面體之一邊求外切十二面體之一邊則先求得四面體外切圓球徑又求得球內容十二面體之一邊即四面體外切十二面體之一邊也

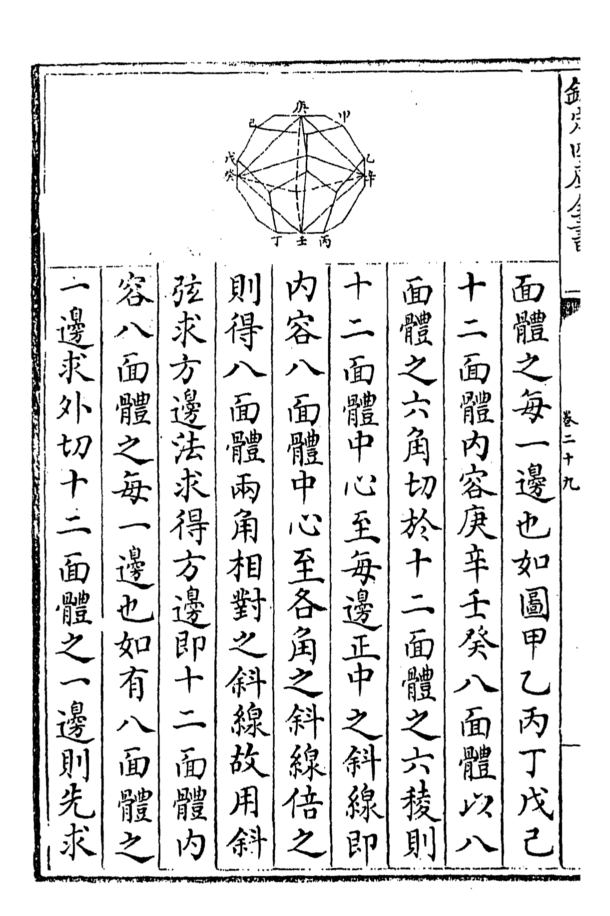


設如十二面體每邊一尺二寸求內容八面體之每一邊幾何

法以理分中末線之小分三八一九六六〇一為一率全分一〇〇〇〇〇〇



○○為二率今所設之十二面體每邊一尺二寸折半得六寸為三率求得四率一尺五寸七分零八豪二絲零三微有餘為十二面體中心至每邊正中之斜線倍之得三尺一寸四分一釐六豪四絲零六微有餘即十二面體外切正方體之一邊為内容八面體兩角相對斜線自乘折半開平方得二尺二寸二分一釐四豪七絲五忽二微有餘即十二面體内容八

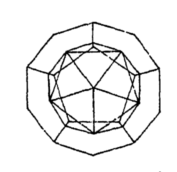


面體之每一邊也如圖甲乙丙丁戊己十二面體内容庚辛壬癸八面體以八面體之六角切於十二面體之六稜則十二面體中心至每邊正中之斜線即内容八面體中心至各角之斜線倍之則得八面體兩角相對之斜線故用斜弦求方邊法求得方邊即十二面體内容八面體之每一邊也如有八面體之一邊求外切十二面體之一邊則先求

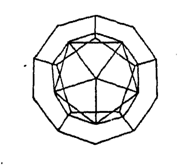
得八面體兩角相對斜線折半為外切十二面體中心至每邊正中之斜線乃以理分中末線之全分與小分之比同於十二面體中心至每邊正中之斜線與每邊之半之比既得每邊之半倍之即八面體外切十二面體之一邊也

設如十二面體每邊一尺二寸求內容二十面體之每一邊幾何

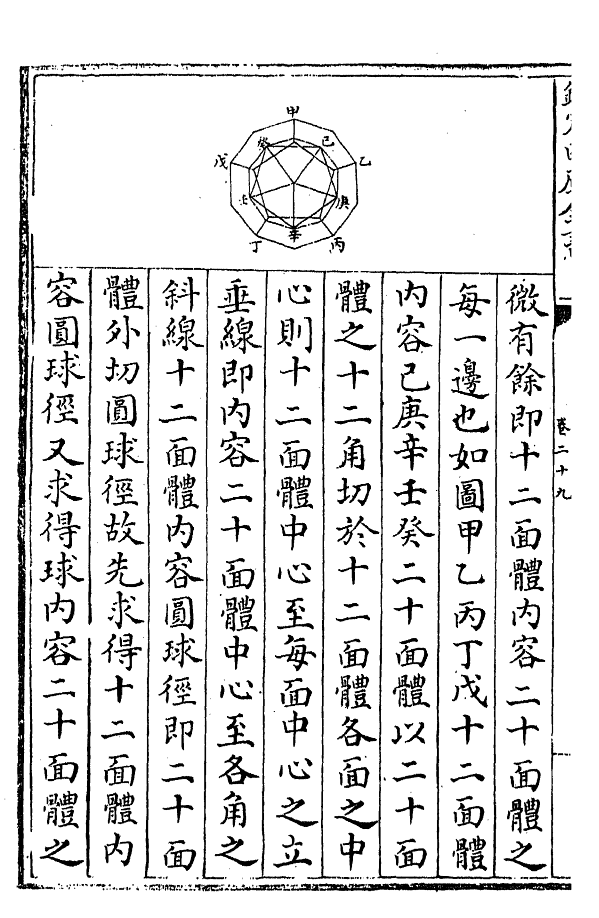
法以十二面體每邊一尺二寸用求十



二十面體中心至每面中心之立垂線法求得中心至每邊正中之斜線一尺五寸七分零八毫二絲零三微有餘又求得每一面中心至邊之垂線八寸二分五釐八毫二絲九忽一微有餘乃以中心至每邊正中之斜線為弦每一面中心至邊之垂線為勾求得股一尺三寸三分六釐二毫一絲九忽六微有餘倍之得二尺六寸七分二釐四毫三絲九

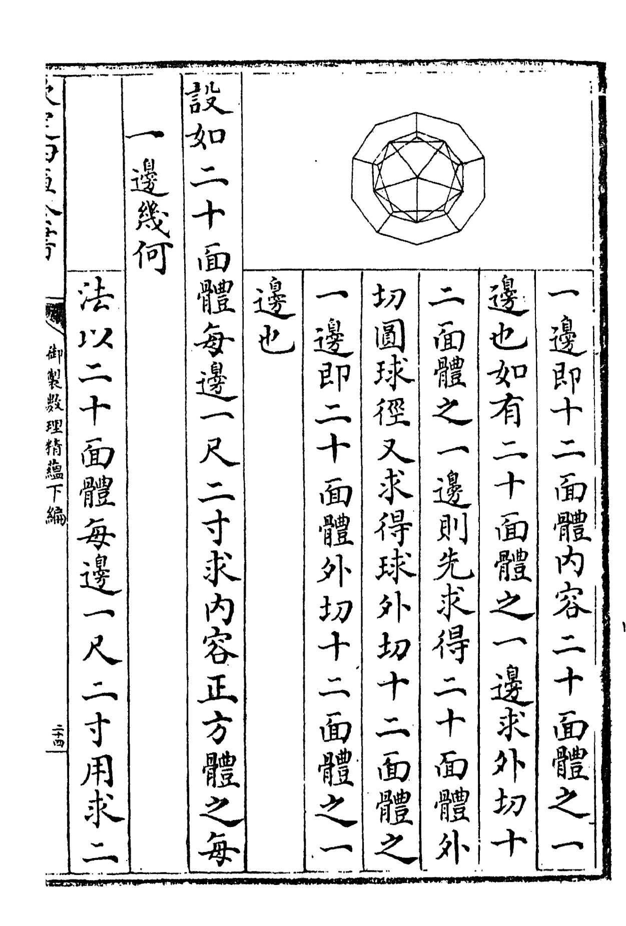


忽二微有餘為十二面體內容圓球全徑乃用求球內容二十面體之一邊法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為股大分六一八〇三三九九為勾求得弦一一七五五七〇五〇為一率大分六一八〇三三九九為二率今所得之圓球全徑二尺六寸七分二釐四毫三絲九忽二微為三率求得四率一尺四寸零四釐九毫八絲四忽四



微有餘即十二面體內容二十面體之每一邊也如圖甲乙丙丁戊十二面體內容己庚辛壬癸二十面體以二十面體之十二角切於十二面體各面之中心則十二面體中心至每面中心之立垂線即內容二十面體中心至各角之斜線十二面體內容圓球徑即二十面體外切圓球徑故先求得十二面體內容圓球徑又求得球內容二十面體之

一邊即十二面體內容二十面體之一邊也如有二十面體之一邊求外切十二面體之一邊則先求得二十面體外切圓球徑又求得球外切十二面體之一邊即二十面體外切十二面體之一邊也



設如二十面體每邊一尺二寸求內容正方體之每一邊幾何

法以二十面體每邊一尺二寸用求二

十面體中心至每面中心之立垂線法

求得中心至每邊正中之斜線九寸七分零八豪二絲零三微有餘又求得每一面中心至邊之垂線三寸四分六釐四豪一絲零一微有餘乃以中心至每邊正中之斜線為弦以每一面中心至邊之垂線為勾求得股九寸零六釐九豪一絲三忽五微有餘倍之得一尺八寸一分三釐八豪二絲七忽有餘為二

十面體内容圓球全徑乃用求球内容正方體之一邊法以球徑自乘三歸開平方得一尺零四分七釐二豪一絲三忽四微有餘即二十面體内容正方體之每一邊也如圖甲乙丙丁戊己二十面體内容庚辛壬癸正方體以正方體之八角切於二十面體之八面之中心則二十面體中心至每一面中心之立垂線即内容正方體中心至角之斜線

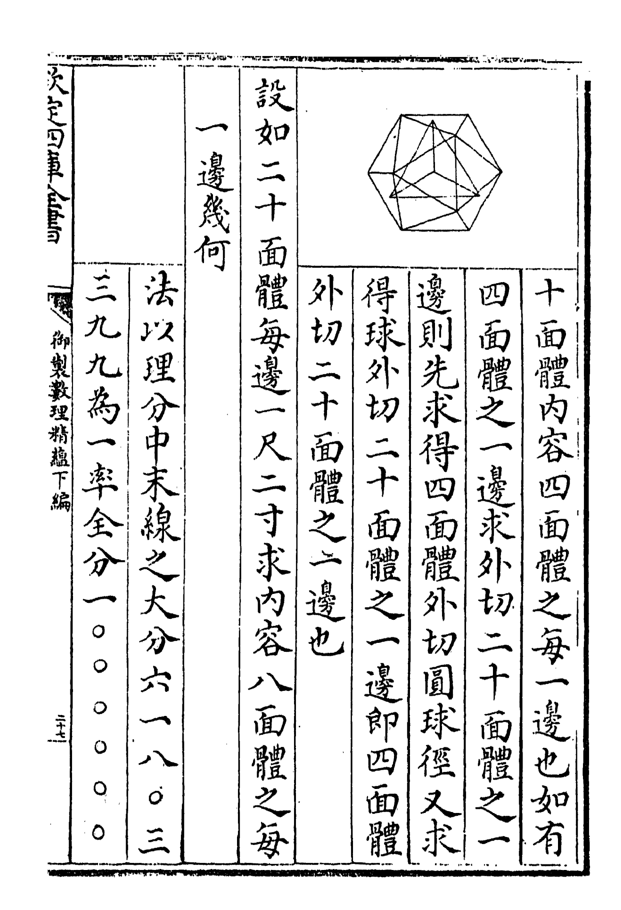
二十面體内容圓球徑即正方體外切圓球徑故先求得二十面體内容圓球徑又求得球内容正方體之一邊即二十面體内容正方體之一邊也如有正方體之一邊求外切二十面體之一邊則先求得正方體外切圓球徑又求得球外切二十面體之一邊即正方體外切二十面體之一邊也

設如二十面體每邊一尺二寸求内容四面體之每

一邊幾何

法以二十面體每邊一尺二寸用求二十面體中心至每面中心之立垂線法求得立垂線九寸釐六釐九毫一絲三忽五微有餘法見前題倍之得一尺八寸一分三釐八毫二絲七忽有餘為二十面體內容圓球全徑乃用求球內容四面體之每一邊法以球徑自乘三歸二因開平方得一尺四寸八分零九毫八絲

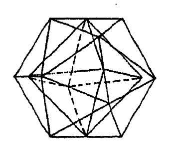
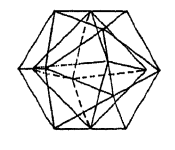
三忽五微有餘即二十面體內容四面體之每一邊也如圖甲乙丙丁戊己二十面體內容庚辛壬癸四面體以四面體之四角切於二十面體之四面之中心則二十面體中心至每面中心之立垂線即內容四面體中心至角之斜線二十面體內容圓球徑即四面體外切圓球徑故先求得二十面體內容圓球徑又求得球內容四面體之一邊即二



十面體内容四面體之每一邊也如有四面體之一邊求外切二十面體之一邊則先求得四面體外切圓球徑又求得球外切二十面體之一邊即四面體外切二十面體之二邊也

設如二十面體每邊一尺二寸求内容八面體之每一邊幾何

法以理分中末線之大分六一八〇三三九九為一率全分一〇〇〇〇〇

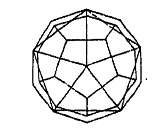
○○為二率今所設之二十面體每邊一尺二寸折半得六寸為三率求得四率九寸七分零八毫二絲零三微有餘為二十面體中心至每邊正中之斜線倍之得一尺九寸四分一釐六毫四絲零六微有餘即二十面體外切正方體之一邊為內容八面體兩角相對之斜線自乘折半開平方得一尺三寸七分二釐九毫四絲七忽一微有餘即二十面體內容八面

體之每一邊也如圖甲乙丙丁戊己二十面體內容庚辛壬癸八面體以八面體之六角切於二十面體之六稜則二十面體中心至每邊正中之斜線即內容八面體中心至各角之斜線倍之則得八面體兩角相對之斜線故用斜弦求方邊法求得方邊即二十面體內容八面體之每一邊也如有八面體之每一邊求外切二十面體之每一邊則先

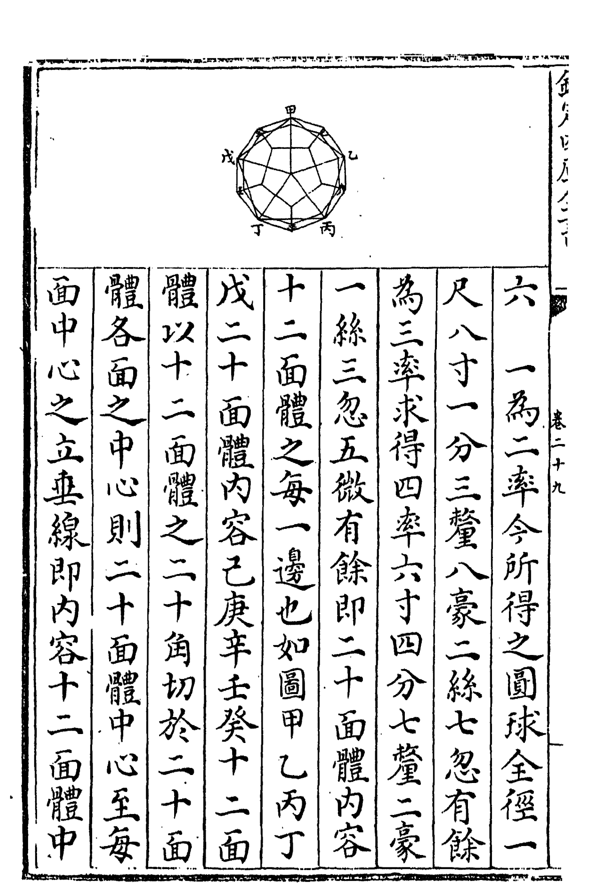
求得八面體之角相對斜線折半為外切二十面體中心至每邊正中之斜線乃以理分中末線之全分與大分之比同於二十面體中心至每邊正中之斜線與每邊之半之比既得每邊之半倍之即八面體外切二十面體之一邊也

設如二十面體每邊一尺二寸求内容十二面體之每一邊幾何

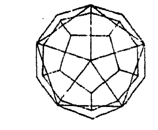
法以二十面體每邊一尺二寸用求二



十面體中心至每面中心之立垂線法求得立垂線九寸零六釐九豪一絲三忽五微有餘（法見前）倍之得一尺八寸一分三釐八豪二絲七忽有餘為二十面體内容圓球全徑乃用求球内容十二面體之一邊法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇為股小分三八一九六六〇一為勾求得弦一〇七〇四六六二六為一率小分三八一九六



六一為二率今所得之圓球全徑一尺八寸一分三釐八豪二絲七忽有餘為三率求得四率六寸四分七釐二豪一絲三忽五微有餘即二十面體内容十二面體之每一邊也如圖甲乙丙丁戊二十面體内容己庚辛壬癸十二面體以十二面體之二十角切於二十面體各面之中心則二十面體中心至每面中心之立垂線即内容十二面體中



心至角之斜線二十面體內容圓球徑即十二面體外切圓球徑故先求得二十面體內容圓球徑又求得球內容十二面體之一邊即二十面體內容十二面體之一邊也如有十二面體之一邊求外切二十面體之一邊則先求得十二面體外切圓球徑又求得球外切二十面體之一邊即十二面體外切二十面體之每一邊也

更體形

設如正方體每邊一尺二寸今欲作與正方體積相等之圓球體問徑幾何

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二四〇七〇〇九八
三率	三
四率	一四八八四一

法用體積相等邊線不同之定率比例以定率之正方體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球徑一二四〇七〇〇九八為二率今所設之正方體之每邊一尺二寸為三率求得四率一尺四寸八分八釐八毫四絲一忽有餘即



圓球之徑也葢正方體之每邊為一○○○○○○○○圓球徑為一二四○七○○九八則兩體積相等故以子丑寅卯正方體之每邊一○○○○○○○○與辰巳圓球徑一二四○七○○九八之比即同於今所設之甲乙丙丁正方體之每邊一尺二寸與今所得之戊己圓球徑一尺四寸八分八釐八豪四絲一忽有餘之比而兩體積亦為相

等也

設如正方體積一尺七百二十八寸今欲作與正方邊相等之圓球體問積幾何

一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	五二三五九八七七五
三率	一七二八
四率	九〇四七七八六八三

法用邊線相等體積不同之定率比例以定率之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圓球積五二三五九八七七五為二率今所設之正方體積一尺七百二十八寸為三率求得四率九百零四寸七百七十八分六百八十三

釐有餘即圓球之積也葢正方體積為一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇圓球積為五二三五九八七七五則正方體之每邊與圓球徑相等故以子丑寅卯正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇與辰巳圓球積五二三五九八七七五之比即同於今所設之甲乙丙丁正方體積一尺七百二十八寸與今所得之戊己圓球積九百零四寸七百七十八分六百八

十三釐有餘之比而正方體之每邊與圓球徑亦為相等也

設如圓球徑一尺二寸今欲作與圓球積相等之四面體問每一邊幾何

法用體積相等邊線不同之定率比例以定率之圓球徑一二四〇七〇〇九八為一率四面體之每邊二〇三九六四八九〇為二率今所設之圓球徑一尺二寸為三率求得四率一尺九寸七

一率　一二四〇七〇〇九八
二率　二〇三九六四八九〇
三率　三
四率　一九七二七三六

分二釐七豪三絲八忽有餘即四面體之每一邊也蓋圓球徑為一二四○七○○九八四面體之每邊為二○三九六四八九○則兩體積相等故以子丑圓球徑一二四○七○○九八與寅卯辰巳四面體之每邊二○三九六四八九○之比即同於今所設之甲乙圓球徑一尺二寸與今所得之丙丁戊己四面體之每邊一尺九寸七分二釐七豪

三絲八忽有餘之比而兩體積亦為相等也

設如圓球積一尺七百二十八寸今欲作與圓球徑相等之四面體問積幾何

一率 五二三五九八七七五
二率 一一七八五一一三九
三率 一七二八
四率 三八八九三六六四五

法用邊線相等體積不同之定率比例以定率之圓球積五二三五九八七七五為一率四面體積一一七八五一一二九為二率今所設之圓球積一尺七百二十八寸為三率求得四率三百八

十八寸九百三十六分六百四十五釐有餘即四面體之積也蓋圓球積為五二三五九八七七五四面體積為一一七八五一一二九則圓球徑與四面體之每邊相等故以子丑圓球積五二三五九八七七五與寅卯辰巳四面體積一一七八五一一二九之比即同於今所設之甲乙圓球積一尺七百二十八寸與今所得之丙丁戊己四面體積三

百八十八寸九百三十六分六百四十五釐有餘之比而圓球徑與四面體之每邊亦為相等也

設如八面體每邊一尺二寸今欲作與八面體積相等之十二面體問每邊幾何

一率 一二八四八九八二九
二率 五〇七二二〇七
三率 三
四率 四七三七〇七

法用體積相等邊線不同之定率比例以定率之八面體之每邊一二八四八九八二九為一率十二面體之每邊五〇七二二〇七為二率今所設之八

子 丑 寅 卯

辰 巳 午 未 申

甲 乙 丙 丁

面體之每邊一尺二寸為三率求得四率四寸七分三釐七豪零七忽有餘即十二面體之每一邊也盖八面體之每邊為一二八四八九八二九十二面體之每邊為五〇七二二〇七則兩體積相等故以子丑寅卯八面體之每邊一二八四八九八二九與辰巳午未申十二面體之每邊五〇七二二〇七之比即同於今所設之甲乙丙丁八面

體之每邊一尺二寸與今所得之戊己庚辛壬十二面體之每邊四寸七分三釐七豪零七忽有餘之比而兩體積亦為相等也

設如八面體積一尺七百二十八寸今欲作與八面體每邊相等之二十面體問積幾何

法用邊線相等體積不同之定率比例以定率之八面體積四七一四〇四五二一為一率二十面體積二一八一六

一率 四七一四〇四五二一
二率 二一八一六九四九六九
三率 一七二八
四率 七九九七三一七三二

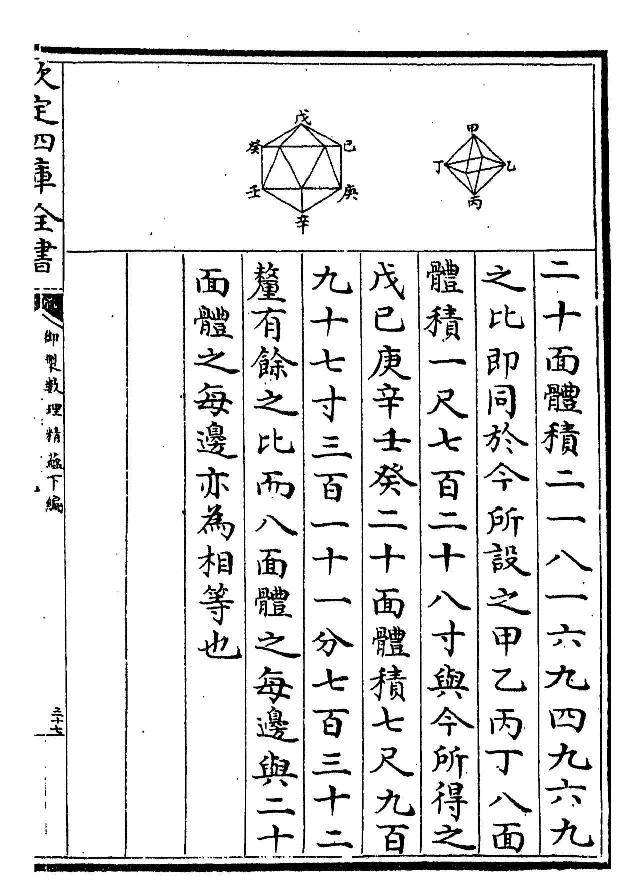
一率　四七一四〇四五二

二率　二一八一六九四九六九

三率　一七二八

四率　七九九七三一一七三二

九四九六九為二率今所設之八面體積一尺七百二十八寸為三率求得四率七尺九百九十七寸三百一十一分七百三十二釐有餘即二十面體之積也葢八面體積為四七一四〇四五二一二十面體積為二一八一六九四九六九則八面體之每邊與二十面體之每邊相等故以子丑寅卯八面體積四七一四〇四五二一與辰巳午未申酉



二十面體積二一八一六九四九六九之比即同於今所設之甲乙丙丁八面體積一尺七百二十八寸與今所得之戊己庚辛壬癸二十面體積七尺九百九十七寸三百一十一分七百三十二釐有餘之比而八面體之每邊與二十面體之每邊亦為相等也

御製數理精蘊下編卷二十九

欽定四庫全書

子部

御製數理精藴下編卷三十

詳校官欽天監天文生臣賈德輔

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官教習臣倪廷梅

謄録監生臣李輯玉

繪圖監生臣周濬

御製數理精蘊下編卷三十

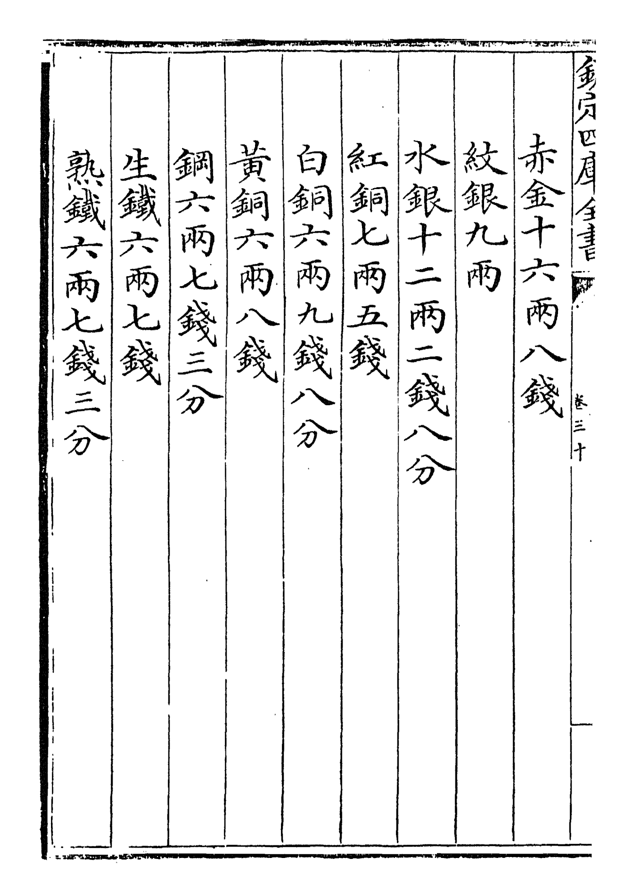
體部八

各體權度比例

堆垛

各體權度比例

數學至體而備以其綜線面之全而盡度量衡之用也葢線面存乎度體則存乎量求輕重則存乎衡是以又有權度之比例其法槩以諸物製爲正方其邊一寸其積千分較量豪釐俾有定率然後凡物知其體積即知其重輕知其重輕即知其體積而權度無遁情也且體之爲質不一邊積等者輕重不同輕重等者邊積不同皆有互相比例之法而各體無混淆也



赤金十六兩八錢
紋銀九兩
水銀十二兩二錢八分
紅銅七兩五錢
白銅六兩九錢八分
黃銅六兩八錢
鋼六兩七錢三分
生鐵六兩七錢
熟鐵六兩七錢三分

高錫六兩三錢

六錫七兩六錢

倭鉛六兩

黑鉛九兩九錢三分

白玉二兩六錢

金珀八錢

白瑪瑙二兩三錢

紅瑪瑙二兩二錢

硨磲一兩五錢二分

青石二兩八錢八分

白石二兩五錢

紅石二兩五錢六分

象牙一兩五錢四分

牛角一兩九錢

沉香八錢二分

白檀八錢三分

紫檀一兩零二分

花梨八錢七分

楠木四錢八分

黃楊七錢五分

烏木一兩一錢

油八錢三分

水九錢三分

設如有金一方每邊三寸問重幾何

法以一寸為一率金寸方重一十六兩八錢為二率今所設之金方每邊三寸自乘再乘得二十七寸為三率求得四

一率 一寸

二率 一十六兩八錢

三率 二十七寸

四率 四百五十三兩六錢

率四百五十三兩六錢即金之重數也

此法葢因金方每邊三寸則體積爲二十七寸以一寸與一十六兩八錢之比同於二十七寸與四百五十三兩六錢之比也

一率　一寸
二率　一十六兩八錢
三率　二十七寸
四率　四百五十三兩六錢

設如有銀一方每邊二寸問重幾何

法以一寸爲一率銀寸方重九兩爲二率今所設之銀方每邊二寸自乘再乘得八寸爲三率求得四率七十二兩即

一率　一寸
二率　九兩
三率　八寸
四率　七十二兩

銀之重數也此法蓋因銀方每邊二寸則體積為八寸以一寸與九兩之比同於八寸與七十二兩之比也

設如黃銅一條重三百七十四兩問積幾何

法以黃銅寸方重六兩八錢為一率一寸為二率今所設黃銅重三百七十四兩為三率求得四率五十五寸即黃銅之積也

一率	六兩八錢
二率	一寸
三率	三百七十四兩
四率	五十五寸

設如熟鐵一塊重十六兩欲鎔為正方體問每邊幾

何

法以熟鐵寸方重六兩七錢三分為一率一寸為二率今鐵重十六兩為三率求得四率二寸三百七十七分四百一十四釐有餘開立方得一寸三分三釐有餘即每邊之數也

一率　六兩七錢三分
二率　一寸
三率　一十六兩
四率　二寸三百七十七分四百一十四釐有餘

設如水銀一匣但知匣闊四寸長六寸高三寸五分問內水銀重數幾何

法以匣闊四寸與長六寸相乘得二十

一率	一寸
二率	一十二兩二錢八分
三率	八十四寸
四率	一千零三十一兩五錢二分

四寸又以高三寸五分再乘得八十四寸為水銀一匣之積數爰以一寸為一率水銀寸方重一十二兩二錢八分為二率今所得之水銀一匣之積數八十四寸為三率求得四率一千零三十一兩五錢二分即水銀之重數也

設如白玉一方重九十三兩六錢但知闊比高多一寸長比闊多三寸問高闊長各幾何

法以玉寸方重二兩六錢為一率一寸

為二率今所設玉重九十三兩六錢為三率求得四率三十六寸為長方體積乃以闊比高多一寸長比闊多三寸為帶兩縱之較用帶兩縱不同較數開立方法算之得高二寸加闊比高多一寸得三寸為闊再加長比闊多三寸得六寸為長也

一率　二兩六錢
二率　一寸
三率　九十三兩六錢
四率　三十六寸

設如金與銀鎔於一處共得正方體積二十七寸重二百七十四兩二錢問金與銀各幾何

一率 七兩八錢
二率 一寸
三率 三十一兩二錢
四率 四寸

法以共積二十七寸以銀寸方重九兩乘之得二百四十三兩與共重二百七十四兩二錢相減餘三十一兩二錢乃以銀寸方重九兩與金寸方重十六兩八錢相減餘七兩八錢為一率金一寸為二率令相減所餘之三十一兩二錢為三率求得四率四寸即金之寸數於共積二十七寸内減去四寸餘二十三寸即銀之寸數也以金四寸與金寸方

重十六兩八錢相乘得六十七兩二錢以銀二十三寸與銀寸方重九兩相乘得二百零七兩兩數相併得二百七十四兩二錢仍與原數相合也此即和較比例之法葢銀二十七寸則其重數應得二百四十三兩與共重二百七十四兩二錢相減餘三十一兩二錢即金重於銀之數而金每寸比銀每寸多七兩八錢故多七兩八錢則金有一寸今多

一率　七兩八錢
二率　一寸
三率　一百七十九兩四錢
四率　二十三寸

三十一兩二錢則知金有四寸也若欲先得銀數則仍以七兩八錢爲一率一寸爲二率將共積二十七寸以金寸方重十六兩八錢乘之得四百五十三兩六錢内減共重二百七十四兩二錢餘一百七十九兩四錢爲三率求得四率二十三寸即銀之寸數與共積二十七寸相減餘四寸即金之寸數葢少七兩八錢則銀有一寸今少一百七十九兩

四錢則知銀有二十三寸也

設如金鑲玉爐一座共重四十六兩七錢問金玉各幾何

法用盛水器皿一件置爐其中實之以水取出爐看水淺幾何設如盛水器皿係正方形每邊五寸取出爐水淺五分即以每邊五寸自乘得二十五寸以水淺五分爲高再乘得一十二寸五百分爲爐之體積即金玉之共積爰以共積

一率　一十四兩二錢
二率　一寸
三率　一十四兩二錢
四率　一寸

一十二寸五百分以玉寸方重二兩六錢乘之得三十二兩五錢與共重四十六兩七錢相減餘一十四兩二錢乃以玉寸方重二兩六錢與金重一十六兩八錢相減餘一十四兩二錢為一率金一寸為二率今相減所餘一十四兩二錢為三率求得四率一寸為金之寸數於共積一十二寸五百分内減去一寸餘十一寸五百分為玉之寸數金一寸

一率 一十四兩二錢
二率 一寸
三率 一百六十三兩三錢
四率 一十一寸五百分

重得十六兩八錢玉十一寸五百分與玉寸方重二兩六錢相乘得二十九兩九錢為玉之重數兩數相併共得四十六兩七錢仍與原數相合也如欲先得玉數則仍以一十四兩二錢為一率一寸為二率將所得共積一十二寸五百分以金寸方重十六兩八錢乘之得二百一十兩内減共重四十六兩七錢餘一百六十三兩三錢為三率求得四率

一十一寸五百分為玉之寸數與共積一十二寸五百分相減餘一寸即金之寸數也

設如空心金球一個外徑一尺二寸厚三分問重幾何

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 五二三五九八七七五

三率 一七二八

四率 九〇四七七八六八三

法以金球外徑一尺二寸自乘再乘得一尺七百二十八寸乃用方邊球徑相等方積球積不同之定率比例以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率球積

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 五二三五九八七七五
三率 一七二八
四率 九〇四七七八六八三

五二三五九八七七五爲二率今球徑自乘再乘之正方體積一尺七百二十八寸爲三率求得四率九百零四寸七百七十八分六百八十三釐有餘爲球之全體積又以厚三分倍之得六分與外徑一尺二寸相減餘一尺一寸四分爲空心徑自乘再乘得一尺四百八十一寸五百四十四分仍以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率球積五二三

一率 一○○○○○○○○○
二率 五二三五九八七七五
三率 一四八一五四四
四率 七七五七三四六二三

一率 一寸
二率 一十六兩八錢
三率 一百二十九寸○四四○六○
四率 二千一百六十六兩九四○

五九八七七五爲二率今空心徑自乘再乘之正方體積一尺四百八十一寸五百四十四分爲三率求得四率七百七十五寸七百三十四分六百二十三釐有餘爲球內空心虛積兩積相減餘一百二十九寸零四十四分零六十釐有餘爲空心球體積乃以一寸爲一率金寸方重十六兩八錢爲二率空心球體積一百二十九寸零四十四分零六

十釐有餘爲三率求得四率二千一百六十七兩九錢四分有餘即空心金球體之重數也

一率　一寸
二率　一十兩八錢
三率　一百二十九寸○四四○六○
四率　二千一百六十七兩九四四○

設如正方青石一塊紅石一塊紅石比青石每邊多二寸體積多五十六寸問二石之邊數及重數各幾何

法以紅石比青石每邊多二寸爲邊較體積多五十六寸爲積較用大小二立方有邊較積較求邊法算之以邊較二

一率 一寸
二率 二兩五錢六分
三率 六十四寸
四率 一百六十三兩八錢四分

寸自乘再乘得八寸與積較五十六寸相減餘四十八寸三歸之得一十六寸以邊較二寸除之得八寸為長方面積以邊較二寸為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊二寸即青石之邊數加紅石比青石每邊多二寸得四寸即紅石之邊數乃以一寸為一率紅石寸方重二兩五錢六分為二率紅石每邊四寸自乘再乘得六十四寸為三率

一率　一寸
二率　二兩五錢六分
三率　六十四寸
四率　一百六十三兩八錢四分

一率　一寸
二率　二兩八錢八分
三率　八寸
四率　二十三兩零四分

求得四率一百六十三兩八錢四分即紅石之重數也又以一寸為一率青石寸方重二兩八錢八分為二率青石每邊二寸自乘再乘得八寸為三率求得四率二十三兩零四分即青石之重數也此法因二石皆為正方體故用大小二立方有邊較積較求邊之法求得二石之邊自乘再乘即得二石之體積用寸方重數定率以比例之即得二石之

重數也

設如有正方水桶三個第一桶每邊一尺第三桶比第二桶每邊多二寸第三桶體積與第一桶第二桶兩桶之共積相等問三桶水之重數各幾何

法以一寸為一率水寸方重九錢三分為二率第一桶正方每邊一尺自乘再乘得一千寸為三率求得四率九百三十兩為第一桶水之重數又以第三桶比第二桶每邊多二寸為邊較以第一

一率　一寸
二率　九錢三分
三率　一千寸
四率　九百三十兩

桶體積一千寸為第三桶比第二桶所多之積較用大小二立方有邊較積較求邊法算之以邊較二寸自乘再乘得八寸與積較一千寸相減餘九百九十二寸三歸之得三百三十寸六百六十六分六百六十六釐有餘以邊較二寸除之得一尺六十五寸三十三分三十三釐有餘為長方面積以邊較二寸為長闊之較用帶縱較數開平方法算之

一率 一寸
二率 九錢三分
三率 一尺六百八十寸九二四
四率 一千五百七十兩九九三

得闊一尺一寸八分九釐有餘爲第二桶之邊數加較二寸得一尺三寸八分九釐有餘爲第三桶之邊數乃以一寸爲一率水寸方重九錢三分爲二率第二桶每邊一尺一寸八分九釐有餘自乘再乘得一尺六百八十寸九百二十四分有餘爲三率求得四率一千五百七十兩九錢九分三釐有餘即第二桶水之重數又以一寸爲一率水寸方重

一率　一寸
二率　九錢三分
三率　二尺六百七十九寸八二六
四率　二千四百九十二兩二三八

九錢三分為二率第三桶每邊一尺三寸八分九釐有餘自乘再乘得二尺六百七十九寸八百二十六分有餘為三率求得四率二千四百九十二兩二錢三分八釐有餘即第三桶水之重數也此法葢因第三桶之體積與第一第二兩桶之共積相等則第一桶體積一千寸即第三桶體積比第二桶體積所多之較也而第三桶比第二桶每邊多二

寸故用大小二立方有邊較積較求邊法求得二桶之邊數自乘再乘即得二桶之體積用寸方重數定率以比例之即得二桶水之重數也

設如金球一個徑二寸二分六釐今欲作一銀球其重與金球等問徑幾何

法以金方邊一寸為一率銀方邊一寸二分三釐為二率今所設之金球徑二寸二分六釐為三率求得四率二寸七

一率　一寸
二率　一寸二分三釐
三率　二寸二分六釐
四率　二寸七分七釐

分七釐有餘即銀球之徑數也此法葢因各色俱爲正方體其重數俱設爲十六兩八錢與金寸方等故金方邊爲一寸銀方邊爲一寸二分三釐水銀方邊爲一寸一分一釐鉛方邊爲一寸一分九釐銅方邊爲一寸三分一釐鐵方邊爲一寸三分六釐錫方邊爲一寸三分九釐石方邊爲一寸八分九釐水方邊爲二寸六分四釐油方邊爲二寸七分

四釐皆係邊與邊之比例故球徑與球徑之比同於方邊與方邊之比而爲相當比例四率也

設如青石一塊正方一尺二寸重四千九百七十六兩六錢四分今欲作與青石一樣大熟鐵一塊問重幾何

一率　二兩八錢八分
二率　六兩七錢三分
三率　四千九百七十六兩六錢四分
四率　一萬一千六百十九兩四錢四分

法以青石寸方重二兩八錢八分爲一率熟鐵寸方重六兩七錢三分爲二率今所設之青石重四千九百七十六兩

一率　二兩八錢八分

二率　六兩七錢三分

三率　四千九百七十六兩六錢四分

四率　一萬一千六百二十九兩四錢四分

六錢四分爲三率求得四率一萬一千六百二十九兩四錢四分即與青石一樣大熟鐵之重數也

堆垜

堆垜之法雖爲體屬而一面平堆與方圓束形實與面同方者即平方法其餘則用梯形法以其每層皆遞加之數也束形亦與一面平堆同法蓋圓者以六包一方者以八包一三角者以九包一有邊求積有周求積其理皆相通也若夫以方面層累者則爲四角尖堆以三角面層累者則爲三角尖堆此二者每層之邊皆同爲遞加一數每層之面積則三角爲按位相加之數四角爲按位自乘相加之數其傍皆崚

嶒不平故與體亦微異也至於以長方面層累者則爲長方堆以全堆而減去上截者則爲半堆總以尖堆之法御之分之以立其法合之以明其理一一按法解之於後

設如一面直角尖堆底十二求積幾何

法以底十二加尖上一得十三與層數十二相乘得一百五十六折半得七十八即一面直角尖堆之積也如圖甲乙丙一面直角尖堆乙丙爲底十二其甲

乙高亦即爲十二層其每層皆加一爲挨次遞加之數成直角三角形試另作一丁戊巳直角三角形合於原形之側則成甲乙丁戊長方形其高即層數其底即首數與末數相加之數其積即總數加一倍之數見算法原本二卷第三十二節故以底十二與上尖一相加與層數十二相乘得長方積折半即得一面直角尖堆之積也此法與勾股求積之法異者葢勾

股之上尖為一點無數可紀此上尖一即其上之闊成斜方形故用斜方求積之法以上闊與下闊相加以高數乘之折半而得積也

設如一面直角尖堆積二十八求底幾何

法以一面直角尖堆積二十八倍之得五十六為長方積以一為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊七即一面直角尖堆之底數也如圖甲乙丙一

面直角尖堆積倍之則成甲乙丁戊長方形積其乙丁長比甲乙闊多一故用帶縱較數開平方法算之得甲乙與乙丙等爲一面直角尖堆之底闊也

設如一面三角尖堆底七求積幾何

法以底七加上尖一得八與層數七相乘得五十六折半得二十八即一面三角尖堆之積也如圖甲乙丙一面三角尖堆乙丙爲底七其甲乙高亦即爲七

層其每層皆加一爲挨次遞加之數成等邊三角形試另作一丁戊巳等邊三角形合於原形之側則成甲乙丁戊斜方形其高即層數其底即首數與末數相加之數其積即總數加一倍之數故以底七與上尖一相加與層數七相乘得斜方積折半得一面三角尖堆之積也

設如一面三角尖堆積三十六求每邊幾何

法以一面三角尖堆積三十六倍之得七十二爲長方積以一爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊八即一面三角尖堆每一邊之數也如圖甲乙丙一面三角尖堆積倍之則成甲乙丁戊斜長方積若直排之即與直角長方積等故其求邊之法亦與前直角尖堆求邊之法同也

設如一面梯形堆上五下九求積幾何

法以上五與下九相加得十四又視上五以上至一虛四位即以所虛之四與下九相減餘五爲層數與上下相加之十四相乘得七十折半得三十五即一面梯形堆之積也如圖甲乙丙丁一面梯形堆甲丁爲上五乙丙爲下九甲乙爲層數五凡自一遞加之數其末數即位數今首數爲五計自一已截去四位故於末數內減去所少之位即爲今之所有之位見算法原本二卷

第三十二節

試另作一戊己庚辛梯形合於

原形之側則成甲乙己庚斜方形其底即上數與下數相加之數其高即層數其積即總數加一倍之數故以上數與下數相加與層數相乘折半即得一面梯形堆之積也

又法以底九用一面三角尖堆求積法求得總積四十五又以上五内減一餘四為上虛小一面三角尖堆之底亦用三角尖堆求積法求得上虛小一面三

角尖堆積十兩積相減餘三十五即一面梯形堆之積也如圖甲乙丙丁一面梯形堆先求得戊乙丙三角尖堆總積又求得戊己庚上虛小三角尖堆積相減即得甲乙丙丁梯形堆之積也如有上闊或下闊與層數求積者則於層數內減一餘為上下闊之較與上闊相加則得下闊與下闊相減則得上闊皆用有上下闊之法算之而得積也

設如一面梯形堆積三十五下九問上幾何

法以下九用一面三角尖堆求積法求得總積四十五內減梯形積三十五餘十為上虛小一面三角尖堆積用一面三角尖堆有積求邊法求得每邊四加一得五即一面梯形堆之上闊也如圖甲乙丙丁一面梯形堆先以乙丙下九求得戊乙丙三角尖堆總積內減甲乙丙丁梯形堆積餘戊己庚上虛小一面

三角尖堆積乃用有積求邊法求得己庚四因每層挨次遞加一故加一即得甲丁五為上闊也如有上闊求下闊者則以上闊內減一為上虛小三角尖堆之底求得上虛小三角尖堆積與梯形積相加為三角尖堆總積亦用有積求邊法算之即得下闊也

設如一面梯形堆積三十五上闊比下闊少四問上下闊各幾何

法以梯形堆積三十五倍之得七十又以上下闊之較四加一得五爲層數以除倍積七十得十四爲上下闊之和加較四得十八折半得九爲下闊内減較四餘五爲上闊也如圖甲乙丙丁一面梯形堆積每層挨次加一令甲丁上闊比乙丙下闊少四即知甲乙爲五層矣故以甲乙丙丁梯形積倍之則成甲乙戊己斜方積以甲乙五層除之得乙戊

為上下闊之和加上下濶之較折半即得下闊於下闊內減上下闊之較即得上闊也如有積與上下闊之和求上下闊者則將積數加一倍以上下闊之和除之即得層數內減一即得上下闊之較或有積與層數求上下闊者則於層數內減一即得上下闊之較以層數除倍積即得上下闊之和既有較有和即得上下闊矣

設如一面六角堆每邊六求積幾何

法以一面六角堆分作六三角尖堆算之以每邊六減一餘五為每一面三角尖堆之底與每邊六（即底加一也）相乘得三十折半得十五為每一面三角尖堆積六因之得九十加中心一得九十一即一面六角堆之積也如圖甲乙丙丁戊己一面六角堆六分之則成甲庚辛類六三角尖堆而餘中心一其每一三角

尖堆之甲庚一邊比六角堆之甲己一邊少一故以六角堆之每一邊内減一即得三角尖堆之每一邊而求得一面三角尖堆積六因之再加中心一即得一面六角堆之總積也

設如一面六角堆積九十一求每邊幾何

法以一面六角堆積九十一減中心一餘九十六歸之得十五為一面三角尖堆積用一面三角尖堆有積求邊法算

之得每邊五加一得六即六角堆之每一邊也如圖甲乙丙丁戊己一面六角堆積先減去中心一以六歸之則得甲庚辛一三角尖堆積其三角尖堆之甲庚一邊比六角堆之甲己一邊少一故用一面三角尖堆有積求邊法求得一邊再加一為一面六角堆之每一邊也此即算書所謂圓束也本以六包一不能成圓凡云圓者皆六邊也

設如方束外周四十求積幾何

甲　丁　丙　乙

法以外周四十加四得四十四四歸之得十一爲方束每一邊之數自乘得一百二十一即方束之積也如圖甲乙丙丁方束其四隅之四各爲兩邊所同用故必以外周加四以四歸之始得甲乙每一邊之數以一邊自乘即爲方束之積數也

又法以外周四十加八得四十八與外

周四十相乘得一千九百二十十六除之得一百二十加中心一得一百二十一為方束之積也蓋方束以八包一其外周所包之數亦必以八遞加為超位平加之數如甲乙丙丁方束除却中心之一最內一層為八第二層為十六第三層為二十四第四層為三十二第五層為四十每層皆加八為超位平加之數引而長之成戊己庚辛梯形外周四

辛　戊
庚　己

十即梯形之底內周八即梯形之上闊如以首數八與末數四十相加得四十八用層數五乘之折半即得總數見算法原本二卷第三十二節然其層數之五乃係外周四十用八歸所得之數令以內周八與外周四十相加即與外周四十相乘是未用八歸故將相乘所得之數必以八歸又以二歸即折半始得總數夫先用八歸後用二歸即與用十六歸除等二與八相因得

一十六合兩次除為一次除 故以十六歸除得總數再加中心一即得方束之積也又按第一法以外周四十加四以四歸之得方束之每一邊是外周加四則得每邊之四倍若以外周加四自乘必得方束積之十六倍而以十六歸除亦即得方束之積今以外周加八與外周相乘成長方形則其長比每邊之四倍多四其闊比每邊之四倍少四其積必為方束積

之十六倍而少十六以十六歸除則得方束積而少一故加一而得方束積也此方束每邊十一係奇數故有中心之一若方束每邊係偶數者則無中心之一詳見下法

設如方束外周三十六求積幾何

法以外周三十六加四得四十四歸之得一十為方束每一邊之數自乘得一百即方束之積也

又法以外周三十六加八得四十四與外周三十六相乘得一千五百八十四十六除之得九十九加一得一百為方束之積也此方束每邊係偶數無中心一其最內一層為四其外周三十六用八歸之則得四層半然其立法亦與前法同乘除得數仍加一者葢以外周加四則得每邊之四倍若以外周加四自乘必得方束積之十六倍而以十六歸

除亦即得方束之積今以外周加八與外周相乘成長方形則其長比每邊之四倍多四其闊比每邊之四倍少四其積必為方束積之十六倍而少十六以十六歸除則得方束積而少一故加一而得方束積也

設如方束積一百求外周幾何

法以方束積一百開平方得一十四因之得四十内減四餘三十六即方束外

周之數也如圖甲乙丙丁方束開方則得甲乙一邊前法以外周加四四歸之而得一邊此法以一邊四因之減四而即得外周也

又法以方束積一百內減一餘九十九以十六乘之得一千五百八十四爲長方積以八爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊三十六即方束之外周數也此即方束有外周求積之法而

轉用之前法以外周加八與外周相乘十六除之再加一而得積此法則以積數減一餘用十六乘之以八爲長闊之較用帶縱開方得闊而爲外周也

設如三稜束外周二十七求積幾何

法以外周二十七加三得三十三歸之得一十爲三稜束每一邊之數用一面三角尖堆有邊求積法以每邊一十加一得一十一與每邊一十相乘得一百

一十折半得五十五即三稜束之積也

如圖甲乙丙三稜束其三角之三各為兩邊所同用故必以外周加三以三歸之始得甲乙每一邊之數即如一面三角尖堆之每一邊故用一面三角尖堆有邊求積法算之即得三稜束之積也

又法以外周二十七加九得三十六與外周二十七相乘得九百七十二以十八歸除得五十四加中心一得五十五

甲
丙 乙

為三稜束之積也葢三稜束以九包一其外周所包之數亦必以九遞加為超位平加之數如甲乙丙三稜束除却中心之一最内一層為九第二層為十八第三層為二十七每層皆加九為超位平加之數引而長之成丁戊己庚梯形外周二十七即梯形之底内周九即梯形之上闊如以首數九與末數二十七相加得三十六用層數三乘之折半即

得總數見算法原本二卷第三十二節然其層數之三乃係外周二十七用九歸所得之數今以内周九與外周二十七相加即與外周二十七相乘是未用九歸故將相乘所得之數必以九歸又以二歸即折半始得總數夫先用九歸後用二歸即與十八歸除等二與九相乘得一十八故以八歸除合兩次除為一次除十八歸除得總數再加中心一即得三十稜束之積也又按第一法以外周二十

七加三以三歸之得一面三角尖堆之每一邊是外周加三則得每邊之三倍若以每邊之三倍再加三與每邊之三倍相乘必得一面三角尖堆積之十八倍蓋以一面三角尖堆之每一邊加一與每邊之數相乘則得一面三角尖堆積之二倍今以每邊之三倍加三與每邊之三倍相乘是邊加三倍則積加九倍彼既爲一面三角尖堆積之二倍故此即爲十八倍也而以十八歸除亦即得三稜束之積今以外周加九與外周相乘成長方形則其長比

每邊之三倍加三者尚多三其闊比每邊之三倍少三其積必為一面三角尖堆積之十八倍而少十八以十八歸除則得一面三角尖堆積而少一故加一而得三稜束之積也此三稜束亦有無中心之一者蓋緣三稜束包中心一為一層者周圍九其底則四包中心一為二層者周圍十八其底則七凡如此類周遞加九邊遞加三者皆有中心之一

其餘皆無中心之一詳見下法

設如三稜束外周三十求積幾何

法以外周三十加三得三十三三歸之得十一為三稜束每一邊之數用一面三角尖堆有邊求積法以每邊十一加一得十二與每邊十一相乘得一百三十二折半得六十六即三稜束之積也

又法以外周三十加九得三十九與外周三十相乘得一千一百七十除

之得六十五加一得六十六爲三稜束之積也此三稜束無中心其最内一層爲三其外周三十用九歸之則得三層又三分之一然其立法亦與前法同乘除得數仍加一者蓋以外周加三則得每邊之三倍若以每邊之三倍再加三與每邊之三倍相乘必得一面三角尖堆積之十八倍而以十八歸除亦即得三稜束之積今以外周加九與外周相

乘成長方形則其長比每邊之三倍加三者尚多三其闊比每邊之三倍少三其積必為一面三角尖堆積之十八倍而少十八以十八歸除則得一面三角尖堆積而少一故加一而得三稜束之積也

設如三稜束積六十六求外周幾何

法以三稜束積六十六倍之得一百三十二為長方積以一為長闊之較用帶

甲

丙　乙

縱較數開平方法算之得闊十一為三稜束之每一邊三因之得三十三內減三餘三十即三稜束之外周數也如圖甲乙丙三稜束用一面三角尖堆有積求邊法求得甲乙一邊前法以外周加三三歸之而得一邊此法以一邊三因之減三而即得外周也

又法以三稜束積六十六內減一餘六十五以十八乘之得一千一百七十為

長方積以九為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊三十即三稜束之外周數也此即三稜束有外周求積之法而轉用之前法以外周加九與外周相乘十八除之再加一而得積此法則以積數減一餘用十八乘之以九為長闊之較用帶縱開方得闊而為外周也

設如圓束外周三十求積幾何

法以外周三十六歸之得五為一面三

角尖堆之每一邊用一面三角尖堆有邊求積法以每邊五加一得六與每邊五相乘得三十折半得十五爲每一三角尖堆積六因之得九十加中心一得九十一即圓束之積也如圖甲乙丙丁戊己圓束六分之則成甲庚辛類六三角尖堆形而餘中心一故以外周六分之而得甲庚每一邊之數即如一面三角尖堆之每一邊而求得一三角尖堆

積六因之得六三角尖堆積加中心一即爲圓束之積數也

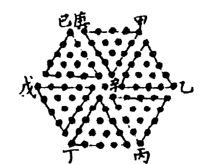
又法以外周三十六得三十六與外周三十相乘得一千零八十十二除之得九十加中心一得九十一爲圓束之積也蓋圓束以六包一其外周所包之數亦必以六遞加爲超位平加之數如甲乙丙丁戊己圓束除却中心之一最內一層爲六第二層爲十二第三層爲

十八第四層為二十四第五層為三十每層皆加六為超位平加之數引而長之成庚辛壬癸梯形外周三十即梯形之底内周六即梯形之上闊如以首數六與末數三十相加得三十六用層數五乘之折半即得總數見算法原本二卷第三十二節然其層數之五乃係外周三十用六歸所得之數今以内周六與外周三十相加即與外周三十相乘是末用六歸故

將相乘所得之數必以六歸又以二歸即折半始得總數夫先用六歸後用二歸即與十二歸除等二與六相因得一十二合兩次除為一次除故以十二歸除得總數再加中心一即得圓束之積也又按第一法以外周三十六歸之得一面三角尖堆之每一邊是圓束之外周為一面三角尖堆每邊之六倍若以外周加六與外周相乘則必得一面三角尖堆積之七十二倍

蓋以一面三角尖堆之每一邊加一與每一邊之數相乘則得一面三角尖堆積之二倍今以每邊之六倍加六與每邊之六倍相乘是邊加六倍則積加三十六倍彼既爲一面三角尖堆積之二倍故此即爲七十二倍也以一面三角尖堆積六倍之加中心一則得圓束積今將七十二倍積以十二除之亦得一面三角尖堆積之六倍故加中心一而得圓束之積也凡圓束皆有中心設此解與前法相通耳

設如圓束積九十一求外周幾何



法以圓束積九十一減中心一餘九十六歸之得一十五倍之得三十或即以九十三歸之所得亦同蓋六歸二因與三歸所得之數同也為長方積以一為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊五又以六因之得三十即圓束之外周數也如圖甲乙丙丁戊己圓束減去中心一以六歸之則得甲庚辛一面三角尖堆形故用一面三角尖堆有積求邊法求得甲庚一邊以六因之

而得外周也

又法以圓束積九十一減一餘九十以十二乘之得一千零八十爲長方積以六爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊三十即圓束之外周數也此即圓束有外周求積之法而轉用之前法以外周加六與外周相乘十二除之再加一而得積此法則將積數減一餘用十二乘之以六爲長闊之較用帶縱

開方得闊而爲外周也

設如塹堵堆底五求積幾何

法以底五自乘得二十五爲底面積又以位數五加一得六與底面積二十五相乘得一百五十折半得七十五即塹堵堆之積也如圖甲乙丙丁戊塹堵堆即一面直角尖堆累積之體也兩直角面相合成長方面形比原位數多一行而兩塹堵體相合成長方體形比原位

數亦必多一面故以位數加一與底面積相乘所以增其一面之數成長方體形爲塹堵堆之二倍折半而得塹堵堆之積也

設如三角尖堆每邊五求積幾何

法以每邊五加一得六與每邊五相乘得三十折半得十五爲底面積再以每邊五加二得七與底面積十五相乘得一百零五三歸之得三十五即三角尖

堆之積也如圖甲乙丙丁三角尖堆每面皆一面三角尖堆累積成等邊三角體形其每邊之數即位數也試按位作點排之第一層爲一第二層爲三第三層爲六第四層爲十第五層爲十五爲每次按位相加之數如以位數加二與末數相乘取其三分之一即得總數見算法原本二卷第三十四節今以每邊加一與每邊之數相乘折半即得底面積再以位數加

二爲高與底面積相乘成平行面之三稜體是爲三角尖體之三倍故以三除之而得也然必以位數加二爲高者葢以三三角尖體相湊乃成上下相等之平行面體其高必比原有之位數多二層（兩相角面相合比原位數多一行今三三角體相合故必比原位數多二面也）又以一平行面三稜體分爲三三角尖體其二面爲兩體所同用今以位數加二爲高與底數相乘所以增其二面

之分也

又法以每邊五加一得六與每邊五相乘得三十為倍底積再以位數加二得七與倍底積三十相乘得二百一十六歸之亦得三十五為三角尖堆之積也此法與前法同葢以每邊加一與每邊之數相乘則得底面積之二倍前法以之數相乘則得底面積之二倍前法以位數加二與底數相乘既為三角尖堆積之三倍此法以位數加二與倍底積

相乘即為三角尖堆積之六倍矣故以六歸之得積也

又法以每邊五自乘再乘得一百二十五為第一數再以每邊五自乘得二十五為第二數又以每邊五加一得六與每邊五相乘得三十倍之得六十為第三數三數相加共得二百一十六歸之得三十五即三角尖堆之積也此法與第二法同葢以每邊自乘再乘為第一

數是末以每邊加一相乘亦末以位數加二再乘也因末以每邊加一相乘則其所成之正方形必比前所得之長少一層之數故又以每邊自乘爲第二數也因末以位數加二再乘則其高必比前所得之高少二層之數故又以每邊加一與每邊相乘（即加前之倍底積）又倍之爲第三數也三數相加始爲三角尖堆積之六倍故以六歸之而得積也

設如三角尖堆積一百二十求每邊幾何

法以三角尖堆積一百二十六因之得七百二十爲長方體積以一爲長與闊之較以二爲高與闊之較用帶兩縱不同較數開立方法算之得闊八即三角尖堆之每一邊也此法即三角尖堆有邊求積之法而轉用之葢有邊求積則以每邊加一與每邊相乘又以每邊加二再乘得長方體積爲三角尖堆積之

六倍是長比闊多一高比闊多二今以三角尖堆積六因之得長方體積故用帶兩縱不同較數開立方法算之得闊為每邊之數也

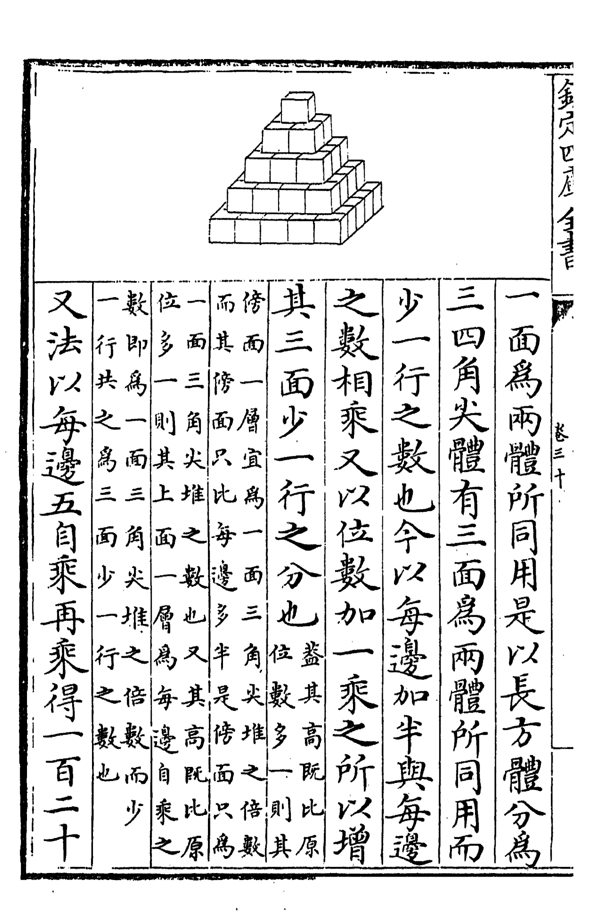
設如四角尖堆每邊五求積幾何

法以每邊五加半得五個半與每邊五相乘得二十七個半又以每邊五加一得六與二十七個半相乘得一百六十五三歸之得五十五即四角尖堆之積

數也如圖甲乙丙丁四角尖堆底面爲正方傍四面皆一面三角尖堆累積成方底四角尖體形其每邊之數即位數也試按位作點排之第一層爲一第二層爲四第三層爲九第四層爲十六第五層爲二十五爲每次按位自乘相加之數如以每邊加半與每邊相乘復以位數加一乘之取其三分之一即得總數見算法原本二卷第三十五節今以每邊加半與每

邊相乘是得長方面積復以位數加一爲高乘之是得長方體積爲四角尖體之三倍故以三除之即得也然以邊數加半爲長以位數加一爲高者葢以三四角尖體相湊乃成上下相等之長方體其底必比正方面多半行其高必比原有之位數多一層三角體以邊數加一與邊數相乘四角體以邊數加半與邊數相乘三角體以位數加二爲高四角體以位數加一爲高總以四角體比三角體底式大一倍故三角體爲長方體六分之一四角

體爲長方體三分之一三角體加數幾何而此四角體皆用其半也又以一長方體分爲三四角尖體其三面爲兩體所同用而少一行之數試以甲乙丙丁四角尖體作爲戊己庚辛陽馬尖體形爲長方體三分之一所餘爲三分之二其戊己庚戊庚辛兩面爲兩體所同用而戊庚一行又爲兩面所同用是此兩面爲兩體所同用而少一行之數也又以其所餘三分之二平分之必有



一面爲兩體所同用是以長方體分爲三四角尖體有三面爲兩體所同用而少一行之數也今以每邊加半與每邊之數相乘又以位數加一乘之所以增其三面少一行之分也蓋其高既比原位數多一則其傍面一層宜爲一面三角尖堆之倍數而其傍面只比每邊多半是傍面只爲一面三角尖堆之數也又其高既比原位多一則其上面一層爲每邊自乘之數即爲一面三角尖堆之倍數而少一行共之爲三面少一行之數也

又法以每邊五自乘再乘得一百二十

五為第一數再以每邊五自乘得二十
五為第二數又以每邊五加一得六與
每邊五相乘得三十折半得十五為第
三數三數相加共得一百六十五三歸
之得五十五即四角尖堆之積也此法
與第一法同葢以每邊自乘再乘為第
一數是末以每邊加半與每邊相乘亦
末以位數加一再乘也因末以位數加
一再乘則其上層即少一每邊自乘之

數故以每邊自乘為第二數也因末以每邊加半相乘則其傍面即少一面三角尖堆之數故以每邊加一與每邊相乘折半為第三數也三數相加始為四角尖堆積之三倍故以三歸之而得積也

又法以每邊五加一得六與每邊五相乘得三十又以每邊五加二得七乘之得二百一十三歸之得七十為三角尖

堆之倍積又以每邊五求得一面三角尖堆積十五與倍三角尖堆積七十相減亦得五十五爲四角尖堆之積也如圖甲乙丙丁四角尖堆爲戊己庚辛三角尖堆積之一倍而少一面之數益四角尖堆底面積爲三角尖堆底面積之一倍而少一行故四角尖堆體積爲三角尖堆體積之一倍而少一面是以求得倍三角尖堆積內減一面三角尖堆

積即得四角尖堆積也
又法以每邊五用塹堵堆求積法求得
塹堵堆積七十五又以每邊五用三角
尖堆求積法求得三角尖堆積三十五
兩數相加得一百一十折半得五十五
即四角尖堆之積也如圖甲乙丙丁四
角尖堆先以乙丙一邊求得戊己庚辛
壬塹堵堆積四角尖體爲塹堵體三分
之二三角尖體爲塹堵體三分之一故

又求得癸子丑寅三角尖堆積與塹堵堆積相加即與二方底四角尖堆之積等故折半而得四角尖堆之積也

設如四角尖堆積二百零四求每邊幾何

法以四角尖堆積二百零四三因之得六百一十二為長方體積以半為長與闊之較以一為高與闊之較用帶兩縱不同較數開立方法算之得闊八即四角尖堆之每一邊也此法即四角尖堆

有邊求積之法而轉用之盎四角尖堆有邊求積則以每邊加半與每邊相乘又以每邊加一再乘得長方體積爲四角尖堆積之三倍是長比闊多半高比闊多一今以四角尖堆積三因之得長方體積故用帶兩縱不同較數開立方法算之得闊爲每邊之數也

設如長方堆底長九闊七上一行收頂求積幾何

法以底闊七爲方堆之底用四角尖堆

有邊求積法求得四角尖堆積一百四十又以底闊七與長九相減餘二爲兩一面三角尖堆即以底闊七用一面三角尖堆有邊求積法求得一面三角尖堆積二十八二因之得五十六爲兩一面三角尖堆積與前所得四角尖堆積一百四十相加得一百九十六即長方堆之積也如圖甲乙丙丁戊長方堆丙丁長比乙丙闊多庚丁二試自己至庚

戊 己 甲
乙
丁 庚 丙

截去二面則成甲乙丙庚一四角尖堆形己庚丁戊兩一面三角尖堆形其乙丙闊與丙庚等即四角尖堆之每一邊亦即一面三角尖堆之每一邊故以一邊求得四角尖堆積又求得兩一面三角尖堆積相加即得長方堆之積也

又法以闊七與長九相減餘二折半得一又加半得一個半與長九相加得十個半與底闊七相乘得七十三個半又

以底闊七（即層數）加一得八再乘得五百八十八三歸之得一百九十六即長方堆之積也此法與前法之理同如甲乙丙丁戊長方堆既分為一四角尖堆兩一面三角尖堆其甲乙丙庚四角尖堆固當以丙庚加半與乙丙相乘以甲乙加一再乘得一長方體形為一四角尖堆之三倍其己庚丁戊兩一面三角尖堆當以庚丁與乙丙相乘以戊丁（同甲乙）

加一再乘得二長方面形爲兩一面三角尖堆之二倍因一爲三倍一爲二倍其倍數不同故又以庚丁折半與庚丁相加即增其一長方面之分得三長方面形亦爲兩一面三角尖堆之三倍故以三歸之得一四角尖堆兩一面三角尖堆合之與甲乙丙丁戊一長方堆之積相等也

又法以底闊七與長九相減餘二再加

一得三為頂上之長乃以底長九倍之得十八加頂長三得二十一與底闊七相乘得一百四十七再以高數七加一得八再乘（闊數即高數也）得一千一百七十六六歸之得一百九十六即長方堆之積也此法與第二法同葢前法以長闊相減折半加半與長相加此法以長闊相減不折半加一與倍長相加則其長比前法多一倍闊與高皆與前數同而體

積亦必比前數大一倍故前法用三歸此法用六歸也

設如長方堆積二百七十六長比闊多二求每邊幾何

法以長方堆積二百七十六三因之得八百二十八為長方體積以長比闊多二折半又加半得一個半與二相加得三個半為長與闊之較以一為高與闊之較用帶兩縱不同較數開立方法算

之得闊八爲底闊加長比闊多二得十爲長也此法即長方堆有邊求積之法而轉用之葢長方堆有邊求積則以原長闊之較折半又加半與原長相加乃與闊相乘又以闊加一再乘得長方體積爲長方堆之三倍是長比闊多原長闊之較又多半較仍多半高比闊多一今以長方堆積三因之得長方體積故用帶兩縱不同較數開立方法算之得

闊為底邊之闊加長闊之較得數為長

也

設如三角半堆底邊八上邊五求積幾何

法以底邊八用三角尖堆有邊求積法求得三角尖堆全積一百二十又以上邊五減一得四為上虛三角尖堆之每邊亦用三角尖堆有邊求積法求得上虛三角尖堆積二十與先所得三角尖堆全積一百二十相減餘一百即三角

半堆之積也如圖甲乙丙丁戊己三角半堆若於其上加一小三角尖堆則成一大三角尖堆形其上所加之小三角尖堆之每邊比三角半堆之上邊少一故先求得大三角尖堆全積又求得上虛小三角尖堆積相減即得三角半堆之積也

又法以底邊八加一得九與底邊八相乘得七十二為第一數又以上邊五與

底邊八相併得十三以上邊五加一得
六乘之得七十八爲第二數兩數相併
得一百五十又以上邊五與下邊八相
減餘三加一得四爲層數與兩數相加
之一百五十相乘得六百六歸之得一
百爲三角半堆之積也此法與等邊三
角尖堆求積之法同蓋等邊三角尖堆
其上尖一即上邊其每邊之數即底邊
亦即層數其法以每邊加一與每邊相

乘又以每邊加二再乘得長方體積為三角尖堆積之六倍分之則得長比高闊多一之一長方體形又得長比闊多一之二長方面形即上多二層若依此法以底邊加一與底邊相乘即長比闊多一之長方體之一面數也以上邊一與下邊相加又以上邊一加一得二乘之則得長比闊多一之二長方面之兩行數也此兩數相併以層數乘之則亦得長

比高闊多一之一長方體形又得長比闊多一之二長方面形共成一長方體形為三角尖堆之六倍矣

設如三角半堆積一百上邊五求底邊幾何

法以上邊五減一餘四為上虛小三角尖堆之底用三角尖堆有邊求積法求得上虛三角尖堆積二十與半堆積一百相加得一百二十為等邊三角尖堆全積用三角尖堆有積求邊法求得每

邊八即三角半堆之底邊也如有底邊求上邊者則以底邊求得三角尖堆全積與半堆積相減餘為上虛三角尖堆積求得上虛小三角尖堆之每邊加一即上邊也

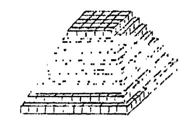
設如四角半堆底邊十二上邊五求積幾何

法以底邊十二用四角尖堆有邊求積法求得四角尖堆全積六百五十又以上邊五減一得四為上虛四角尖堆之

每邊亦用四角尖堆有邊求積法求得上虛四角尖堆積三十與先所得四角尖堆全積六百五十相減餘六百二十即四角半堆之積也如圖甲乙丙丁戊己庚四角半堆若於其上加一小四角尖堆則成一大四角尖堆形其上所加之小四角尖堆之每邊比四角半堆之上邊少一故求得大四角尖堆全積又求得上虛小四角尖堆積相減即得四

角半堆之積也

又法以上邊五自乘得二十五為第一數以底邊十二自乘得一百四十四為第二數以上邊五與底邊十二相乘得六十為第三數又以上邊五與底邊十二相減餘七折半得三個半為第四數四數相併得二百三十二個半又以上下邊相減所餘之七加一得八為層數與四數相併之二百三十二個半相乘



得一千八百六十三歸之得六百二十
即四角半堆之積也此法與等邊四角
尖堆求積之法同葢等邊四角尖堆其
上尖一即上邊其每邊之數即底邊亦
即層數其法以每邊加半與每邊相乘
又以每邊加一再乘得長方體積爲四
角尖堆積之三倍分之則得每邊自乘
再乘之一正方體形每邊自乘之一正
方面形又得長比闊多一之半層長方

面形若以底邊自乘即正方體之一面
數也以上邊一與底邊相乘則得每邊
自乘正方面之一行數也以上邊一自
乘又以上邊一與底邊相減折半此兩
數相併即得長比闊多一之半層長方
面之一行數也四數相併再以層數乘
之則亦得一正方體形一正方面形又
得長比闊多一之半層長方面形共成
一長方體形為四角尖堆之六倍矣又

此法與上下不等正方體之法異者在多上下邊相減折半之一數因堆垛之傍面有餘分故也

設如四角半堆積六百二十上邊五求底邊幾何

法以上邊五減一餘四為上虛小四角尖堆之底用四角尖堆有邊求積法求得上虛四角尖堆積三十與半堆積六百二十相加得六百五十為等邊四角尖堆全積用四角尖堆有積求邊法求

得每邊十二即四角半堆之底邊也如有底邊求上邊者則以底邊求得四角尖堆全積與半堆積相減餘為上虛四角尖堆積求得上虛小四角尖堆之每邊加一即上邊也

設如長方半堆底長十二闊十上長八闊六求積幾何

法以底長十二闊十用長方堆求積法求得長方堆全積四百九十五又以上

長八闊六各減一得長七闊五為上虛長方堆之長闊亦用長方堆求積法求得上虛長方堆積八十五與先所得長方堆全積相減餘四百一十即長方半堆之積也如圖甲乙丙丁戊己庚長方半堆若於其上加一小長方堆則成上一行收頂之長方堆形其上所加之小長方堆之每邊比長方半堆之上邊少一故先求得長方堆全積又求得上虛

小長方堆積相減即得長方半堆之積也

又法以上長八與上闊六相乘得四十八為第一數以底長十二與底闊十相乘得一百二十為第二數以上長八與底闊十相乘得八十以上闊六與底長十二相乘得七十二兩數相併折半得七十六為第三數又以上下長相減餘四折半得二為第四數以此四數相加

得二百四十六又以上長與底長相減所餘之四加一得五為層數與四數相加之二百四十六相乘得一千二百三十三歸之得四百一十即長方半堆之積也此法與四角半堆求積之法同葢四角半堆長闊皆相等此則有長闊之不同故四角半堆以上邊自乘為第一數者此則以上長闊相乘為第一數四角半堆以下邊自乘為第二數者此則

以下長闊相乘爲第二數四角半堆以上下相乘爲第三數者此則以上長與下闊相乘上闊與下長相乘相併折半爲第三數四角半堆以上下相減折半爲第四數者此則以上下長相減折半爲第四數如以上下闊相減折半亦同其理皆相通也

又法以上長八倍之得十六加下長十二得二十八以上闊六乘之得一百六

十八又以下長十二倍之得二十四加上長八得三十二以下闊十乘之得三百二十又以下長十二與上長八相減餘四三數相加得四百九十二又以上下長相減所餘之四加一得五爲層數與三數相加之四百九十二相乘得二千四百六十六歸之得四百一十即長方半堆之積也此法與第二法同葢此法用數比前法大一倍故前法用三歸

此法用六歸也又此法與上下不等長方體之法異者在多上下長相減之一數因推垜之傍面有餘分故也

又法以底闊十與長十二相乘得一百二十又以長十二闊十各減一得長十一闊九相乘得九十九又以長十一闊九各減一得長十闊八相乘得八十又以長十闊八各減一得長九闊七相乘得六十三再以長九闊七各減一得長

八闊六（即上長闊）相乘得四十八以此五數相加共得四百一十即長方半堆之積也此法將每層長闊相乘得每層之積故總加之即五層之共積也法雖層累相加實為顯而易見凡堆垛諸法皆可以此法御之若層數太多者用本法為簡易也

設如長方半堆積四百一十上長八闊六求底長闊各幾何

法以上長八闊六各減一得長七闊五為上虛小長方堆之長闊用長方堆有邊求積法求得上虛小長方堆積八十五與半堆積四百一十相加得四百九十五為長方堆全積用長方堆有積求邊法求得闊十長十二即長方半堆之底邊數也如有底邊長闊求上邊長闊者則以底邊求得長方堆全積與半堆積相減餘為上虛小長方堆積求得上

虛小長方堆之長闊兩邊各加一即長方半堆上邊長闊之數也